И.П. Заикин, А.В. Тоцкий, С.К. Абрамов, В.В. Лукин

ПРОЕКТИРОВАНИЕ АНТЕННЫХ УСТРОЙСТВ СВЧ

2005

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
Национальный аэрокосмический университет
им. Н.Е. Жуковского
«Харьковский авиационный институт»

И.П. Заикин, А.В. Тоцкий, С.К. Абрамов, В.В. Лукин

ПРОЕКТИРОВАНИЕ АНТЕННЫХ УСТРОЙСТВ СВЧ

Учебное пособие

Харьков «ХАИ» 2005

УДК 621.396.67

Проектирование антенных устройств СВЧ / И.П. Заикин, А.В. Тоцкий, С.К. Абрамов, В.В. Лукин. – Учеб. пособие. – Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т «Харьк. авиац. ин-т», 2005. – 107 с.

Изложены методы исследования, устройство, принцип действия и способы расчета конструктивных и электрических параметров антенн дециметрового, сантиметрового и миллиметрового диапазонов радиоволн – волноводных, рупорных, линзовых (ускоряющих и замедляющих), зеркальных (в виде параболоида вращения и параболического цилиндра), волноводно-щелевых (линейно- и эллиптически поляризованных) и диэлектрических стержневых антенн с симметричными и несимметричными волнами.

Рассмотрены физические процессы, происходящие в антенно-фидерных устройствах (например, в системах "облучатель – зеркало" или "облучатель – линза"), приведены математические выкладки, подтверждающие справедливость физических представлений.

Для студентов, специализирующихся в области радиоэлектронных систем и комплексов, а также технологий и средств телекоммуникаций.

Ил. 124. Табл. 2. Библиогр.: 25 назв.

Р е ц е н з е н т ы : д-р физ.-мат. наук, проф. Н.Н. Горобец,
д-р техн. наук, проф. Г.П. Кулемин

© Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», 2005 г.

1. ИЗЛУЧЕНИЕ ИЗ ОТКРЫТОГО КОНЦА ПРЯМОУГОЛЬНОГО ВОЛНОВОДА

1.1. Основная задача теории антенн

Пусть в безграничном пространстве, заполненном воздухом (с диэлектрической и магнитной проницаемостями ε_0 и μ_0 и удельной проводимостью $\sigma \neq 0$, но $\sigma \to 0$) расположена незамкнутая идеально проводящая металлическая поверхность S_1, которая может быть частично заполнена диэлектриком с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_r \neq 1$ (рис. 1.1).

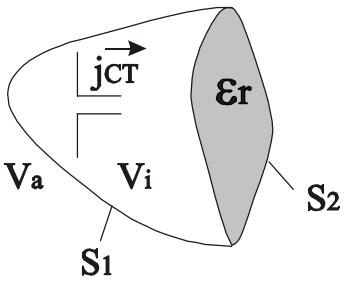


Рис. 1.1

Внутри поверхности находятся первичные источники, преобразующие токи высокой частоты в радиоволны – вибратор или система вибраторов. Излучение радиоволн происходит через отверстие поверхности S_1, ограниченное поверхностью S_2, которая может быть выбрана произвольно.

Основная задача теории антенн состоит в определении полей внутри и вне антенны – необходимо найти решения уравнений Максвелла для электрического и магнитного векторов поля во всех точках пространства при условиях, которых требует теорема единственности [1]:

1) заданы сторонние токи (или ЭДС), возбуждающие вибраторы, находящиеся на конечном расстоянии от поверхности S_1 (внутри нее);
2) на поверхности S_1 заданы граничные условия $E_T\big|_{\text{на } S_1} = 0$;
3) на границах раздела диэлектрик – воздух тангенциальные составляющие электрического и магнитного полей непрерывны;
4) на бесконечном удалении (на расстояниях $R \to \infty$) выполняются условия излучения ***Зоммерфельда***, которые ввиду наличия хотя и весьма незначительных потерь в воздухе ($\sigma \neq 0$) имеют вид

$$\lim_{R\to\infty} R\vec{E} = 0 \text{ и } \lim_{R\to\infty} R\vec{H} = 0. \qquad (1.1)$$

При этих условиях на больших расстояниях от антенны поле имеет вид расходящихся сферических волн и гарантируется отсутствие в решениях волн, идущих из бесконечности.

Схема, изображенная на рис. 1.1, справедлива для антенн любого типа. В случае зеркальных антенн поверхность S_1 – зеркало, диэлектрическая вставка обычно отсутствует; в линзовых антеннах диэлектрическая вставка – линза, поверхность S_1 отсутствует (или представляет собой поверхность волноводного или рупорного облучателя); в диэлектрических стержневых антеннах имеются и S_1, и S_2 (рис. 1.2); в вибраторных – они отсутствуют.

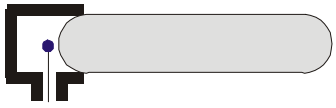


Рис. 1.2

Поверхность S_1, на которой заданы граничные условия, может быть весьма сложной и, как правило, не совпадать с координатной

поверхностью какой-либо ортогональной системы координат. Следовательно, определение постоянных интегрирования при использовании граничного условия $E_T = 0$ на поверхности S_1 может быть крайне затруднительным. Ввиду чрезвычайной сложности задачи при ее строгой постановке на практике обычно ее упрощают, разбивая на две: ***внутреннюю*** и ***внешнюю***.

Внутренняя задача заключается в определении полей (или распределений тока) в самой антенне, т.е. во внутренней области V_i безграничного пространства, ограниченной замкнутой поверхностью $S = S_1 + S_2$ при заданных условиях возбуждения источников поля. Другими словами, внутренняя задача – это задача нахождения АФР в раскрыве антенны.

Внешняя задача состоит в нахождении полей во внешней по отношению к антенне области V_a по известному распределению токов на самой антенне или полей на замкнутой поверхности $S = S_1 + S_2$, охватывающей антенну. Несмотря на существование связи между полями во внутренней и внешней областях, этой связью обычно пренебрегают и решают внутреннюю задачу независимо от внешней. Результаты решения внутренней задачи используют при решении внешней – определяют поле излучения по найденному АФР.

1.2. Внутренняя задача для прямоугольного волновода

Открытый конец прямоугольного волновода представляет собой раскрыв антенны, во многом подобный синфазным равноамплитудному и косинусному раскрывам.

Однако между открытым концом волновода и идеализированными системами непрерывно расположенных излучателей Гюйгенса имеются различия:

1. Волна на конце волновода не является поперечной типа ТЕМ, как в случае указанных систем, а имеет более сложную структуру.

2. В случае открытого конца волновода кроме падающей имеется также и отраженная волна.

3. Наряду с основным типом волны на конце волновода возникают высшие типы волн.

4. Поле источников существует не только в раскрыве волновода, но и на его торцевой и внешней поверхностях вследствие затекания токов с внутренней поверхности волновода.

Учет всех этих факторов сильно усложняет задачу об излучении из открытого конца волновода, и ее строгое решение связано с большими математическими трудностями. Для приближенного решения задачу разбивают на две: внутреннюю и внешнюю. Внутреннюю задачу также будем решать приближенно.

Предположим, что поле на конце волновода представляет собой сумму падающей и отраженной волн основного типа H_{10}. Высшие типы волн, возникающие на конце волновода, и токи, неизбежно по-

являющиеся на внешней поверхности волновода, учитывать не будем.

На рис. 1.3 показан прямоугольный волновод и система координат, которой будем пользоваться при его рассмотрении.

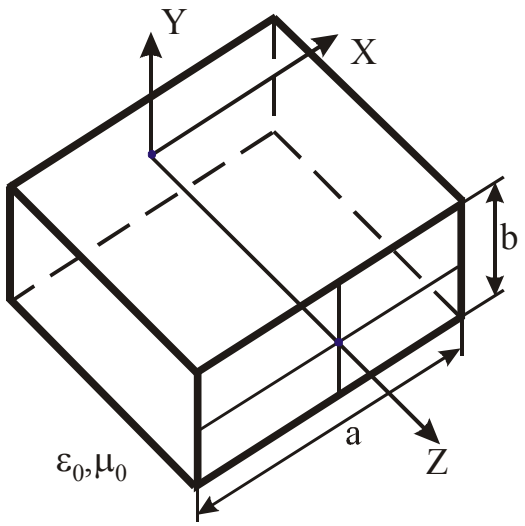


Рис. 1.3

Известно, что волна основного типа H_{10} имеет три составляющие, отличные от нуля, – E_y, H_x и H_z, причем составляющая E_y набегающей (падающей) волны описывается выражением

$$E_y^{\text{пад}} = E_0 \cos(\pi x/a)\, e^{-i\beta z}, \qquad (1.2)$$

где

$\beta = \sqrt{k^2 - (\frac{\pi}{a})^2} = k\sqrt{1-(\lambda/2a)^2} = k\sqrt{1-(\lambda/\lambda_{kp})^2} = 2\pi/\lambda_B$ – фазовая постоянная набегающей волны;

$\lambda_{кр} = 2a$ – критическая длина волны H_{10};

$\lambda_B = \lambda\Big/\sqrt{1-(\lambda/\lambda_{kp})^2}$ – длина волны в волноводе;

E_0 – амплитуда поля.

Составляющие H_x и H_z можно определить из второго уравнения Максвелла

$$\mathrm{rot}\vec{E} = -i\omega\mu_0\vec{H} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -i\omega\mu_0 H_x = -\dfrac{\partial E_y}{\partial z}; \\ -i\omega\mu_0 H_z = \dfrac{\partial E_y}{\partial x}, \end{cases}$$

откуда

$$H_x^{\text{пад}} = -\frac{\beta}{\omega\mu_0} E_0 \cos(\pi x/a)\, e^{-i\beta z}, \qquad (1.3)$$

$$H_z^{\text{пад}} = -i\,\frac{\pi}{\omega\mu_0 a} E_0 \sin(\pi x/a)\, e^{-i\beta z}. \qquad (1.4)$$

Так же, как и на разомкнутом конце длинной линии, происходит отражение от открытого конца волновода. Комплексный коэффициент отражения Γ определяется как

$$\Gamma = E_y^{\text{отр}}/E_y^{\text{пад}} = H_z^{\text{отр}}/H_z^{\text{пад}} = -H_x^{\text{отр}}/H_x^{\text{пад}}. \qquad (1.5)$$

Складывая падающую и отраженную волны, найдем амплитуды составляющих полей в раскрыве, используя (1.5):

$$E_y = E_y^{\text{пад}} + E_y^{\text{отр}} = (1+\Gamma)\, E_0 \cos(\pi x/a)\, e^{-i\beta z}; \qquad (1.6)$$

$$H_x = H_x^{\text{пад}} + H_x^{\text{отр}} = -(1-\Gamma)\,\frac{\beta}{\omega\mu_0} E_0 \cos(\pi x/a)\, e^{-i\beta z}; \qquad (1.7)$$

$$H_z = H_z^{\text{пад}} + H_z^{\text{отр}} = -i\,(1+\Gamma)\,\frac{\pi}{\omega\mu_0 a} E_0 \sin(\pi x/a)\, e^{-i\beta z}. \qquad (1.8)$$

Структура поля волны H_{10}, соответствующая формулам (1.2) – (1.4), приведена на рис. 1.4.

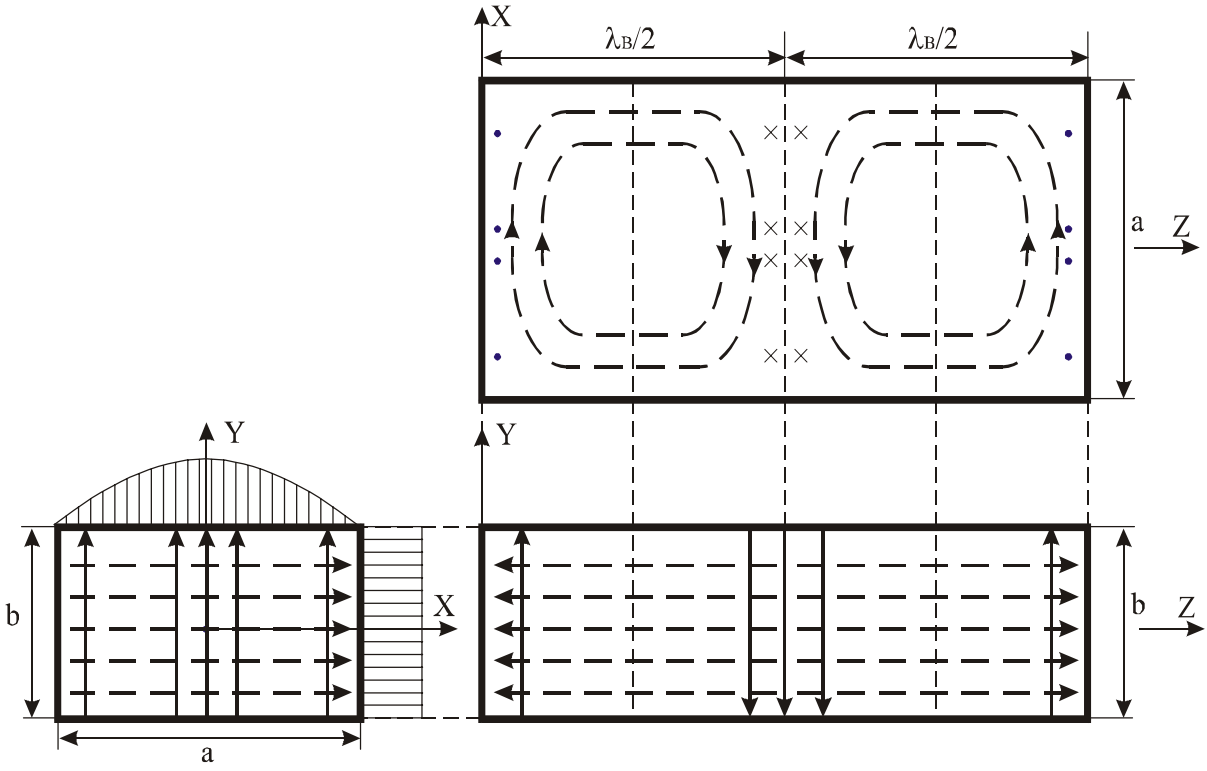


Рис. 1.4

Как видно из формул (1.6) – (1.8) и рис. 1.4, поле в раскрыве волновода характеризуется следующими свойствами:

1. Поле имеет две поперечные составляющие E_y и H_x, лежащие в плоскости раскрыва волновода, и одну продольную составляющую H_z, перпендикулярную этой плоскости.

2. Поле образовано падающей и отраженной волнами и характеризуется коэффициентом отражения Γ.

3. Поле в раскрыве синфазно:

$$\psi(x,y) = 0. \qquad (1.9)$$

4. Амплитуда поля вдоль оси y не меняется:

$$|\, A(y) \,| = \text{const}. \qquad (1.10)$$

5. Амплитуда поперечных составляющих E_y и H_x меняется вдоль оси x по косинусоидальному закону

$$|\, A(x) \,| = \cos(\pi x/a). \qquad (1.11)$$

6. В направлении оси z электромагнитное поле имеет характер бегущей волны, распространяющейся с фазовой скоростью

$$V_\Phi = \omega/\beta = c \Big/ \sqrt{1-(\lambda/2a)^2}\,, \qquad (1.12)$$

которая зависит от отношения a/λ. При $a/\lambda < 1/2$ фазовая скорость становится мнимой величиной, что указывает на затухающий характер поля вдоль волновода. Длина волны $\lambda_{кр} = 2a$, как известно, называется критической длиной волны, при которой скачком меняется

характер распространения волн в волноводе. При $\lambda < \lambda_{кр}$ волновод пропускает электромагнитные волны, а при $\lambda > \lambda_{кр}$ – не пропускает.

Таким образом, можно считать, что поле в раскрыве волновода известно – в плоскости E его амплитудно-фазовое распределение (АФР) соответствует случаю равноамплитудного синфазного раскрыва, а в плоскости H – случаю синфазного раскрыва с косинусным амплитудным распределением.

1.3. Внешняя задача для открытого конца прямоугольного волновода

В отличие от равноамплитудного синфазного раскрыва и синфазного раскрыва с косинусным амплитудным распределением, в раскрыве волновода существуют две тангенциальные составляющие, которые следует использовать при определении поля излучения, – E_y и H_x. Разделив (1.7) на (1.6), выразим H_x через E_y:

$$H_x = -\frac{1-\Gamma}{1+\Gamma}\frac{\beta}{\omega\mu_0}E_y = -\frac{1-\Gamma}{1+\Gamma}\frac{\lambda\beta}{2\pi c\mu_0}E_y = -\frac{1-\Gamma}{1+\Gamma}\frac{\lambda}{\lambda_B}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}E_y. \qquad (1.13)$$

В работе [2] на основе принципа эквивалентных токов и при использовании (1.6) и (1.13) получено выражение для диаграммы направленности (ДН) открытого конца волновода:

- в плоскости E

$$F_E(\theta) = \frac{1+\frac{1-\Gamma}{1+\Gamma}\frac{\lambda}{\lambda_B}\cos\theta}{1+\frac{1-\Gamma}{1+\Gamma}\frac{\lambda}{\lambda_B}}\frac{\sin(\frac{\pi b}{\lambda}\sin\theta)}{\frac{\pi b}{\lambda}\sin\theta}\ ; \qquad (1.14)$$

- в плоскости H

$$F_H(\theta) = \frac{\cos\theta+\frac{1-\Gamma}{1+\Gamma}\frac{\lambda}{\lambda_B}}{1+\frac{1-\Gamma}{1+\Gamma}\frac{\lambda}{\lambda_B}}\frac{\cos(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta)}{1-(\frac{2a}{\lambda}\sin\theta)^2}. \qquad (1.15)$$

Видно, что первые множители в (1.14) и (1.15) представляют собой ДН излучателя Гюйгенса. Действительно, положив $a >> \lambda$, получим $\lambda_B \to \lambda$, $\Gamma \to 0$, откуда

$$\frac{1+\frac{1-\Gamma}{1+\Gamma}\frac{\lambda}{\lambda_B}\cos\theta}{1+\frac{1-\Gamma}{1+\Gamma}\frac{\lambda}{\lambda_B}} = \frac{\cos\theta+\frac{1-\Gamma}{1+\Gamma}\frac{\lambda}{\lambda_B}}{1+\frac{1-\Gamma}{1+\Gamma}\frac{\lambda}{\lambda_B}} = \frac{1+\cos\theta}{2} = F_{ГЮЙГ}(\theta).$$

Тогда формула (1.14) описывает ДН равноамплитудного синфазного раскрыва

$$F_E(\theta) = F_{ГЮЙГ}(\theta)\, F_{СЕ}(\theta),$$

где множитель системы в плоскости E

$$F_{CE} = \frac{\sin(\frac{\pi b}{\lambda}\sin\theta)}{\frac{\pi b}{\lambda}\sin\theta},$$

а формула (1.15) выражает ДН синфазного раскрыва с косинусным амплитудным распределением

$$F_H(\theta) = F_{ГЮЙГ}(\theta)\, F_{CH}(\theta),$$

где множитель системы в плоскости H

$$F_{CH} = \frac{\cos(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta)}{1-(\frac{2a}{\lambda}\sin\theta)^2}.$$

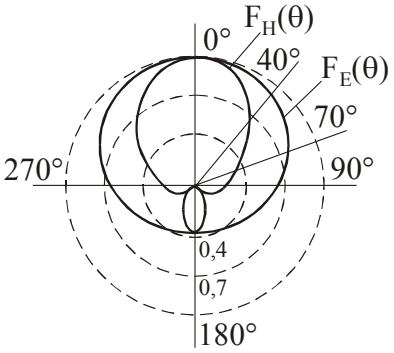


Рис. 1.5

Построенные по формулам (1.14) и (1.15) ДН прямоугольного волновода МЭК-100 с размерами $a \times b = 23 \times 10$ мм при $\lambda = 3{,}2$ см и $|\Gamma| = 0{,}28$ показаны на рис. 1.5.

Из рис. 1.5 видно, что ширина ДН "по половине мощности" в плоскости H равна $2\theta^{o}_{0,5H} \approx 80^{o}$, а в плоскости E – $2\theta^{o}_{0,5E} \approx 140^{o}$, откуда следует, что открытый конец воловода является слабонаправленной антенной. Действительно, главный лепесток ДН тем уже, чем больше размеры раскрыва по сравнению с длиной волны. Размеры же раскрыва волновода a x b не могут выходить за определенные пределы, так как в противном случае в волноводе будут возникать волны высших порядков, которые нарушают нормальную работу волноводного тракта. Для прямоугольного волновода с волной H_{10} размеры сечения не должны выходить за пределы $\lambda/2 < a < \lambda$, $b < \lambda/2$.

Обычно размеры выбираются $a \approx (0{,}7\ldots0{,}75)\lambda$, $b \approx (0{,}3\ldots0{,}5)\lambda$, а при таких размерах ширина ДН как в плоскости E, так и в плоскости H получается большой.

Другой особенностью волноводных излучателей является их ***относительно плохое согласование со свободным пространством***. Действительно, удельное волновое сопротивление волновода для волны H_{10}

$$W_{10} = \frac{\omega\mu_0}{\beta} = \frac{W_0}{\sqrt{1-(\lambda/2a)^2}},$$

где $W_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} = 120\pi$ Ом $= 377$ Ом – волновое сопротивление свободного пространства.

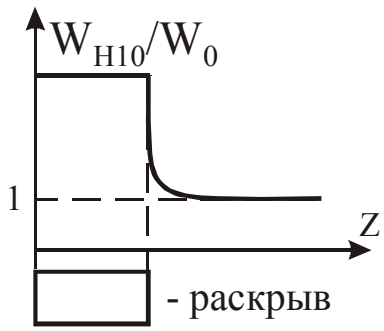


Рис. 1.6

Из этой формулы следует, что для волны H_{10} в волноводе для $\lambda = 3{,}2$ $W_{10} = 525$ Ом, а в сечении открытого конца волновода W_{10} скачком уменьшается до величины $W_0 = 377$ Ом (рис. 1.6). Вследствие резкого изменения условий распространения электромагнитной волны при переходе от волновода к свободному

пространству коэффициент отражения для стандартного волновода достигает величины $|\Gamma| = 0{,}25\ldots0{,}30$. Приближенно модуль коэффициента отражения от конца прямоугольного волновода может быть выражен формулой

$$|\Gamma| = (1 - \lambda/\lambda_B)/(1 + \lambda/\lambda_B). \qquad (1.16)$$

Третьей особенностью открытого конца волновода является то, что его ***ДН в плоскостях E и H имеют разную ширину***. Это является существенным недостатком прямоугольного волновода при его использовании в качестве облучателя зеркальных и линзовых антенн с осевой симметрией.

При таком облучателе (рис. 1.7) параболоид вращения в плоскости E будет облучаться равномернее, чем в плоскости H ($T_E > T_H$), апертурный КИП в плоскости E будет больше, чем в плоскости H ($\nu_{AE} > \nu_{AH}$), действующий размер зеркала в E-плоскости будет больше, чем в плоскости H ($A_{mE} > A_{mH}$), следовательно, ДН зеркала в E-плоскости будет уже, чем в плоскости H ($2\theta_{0,5E} < 2\theta_{0,5H}$).

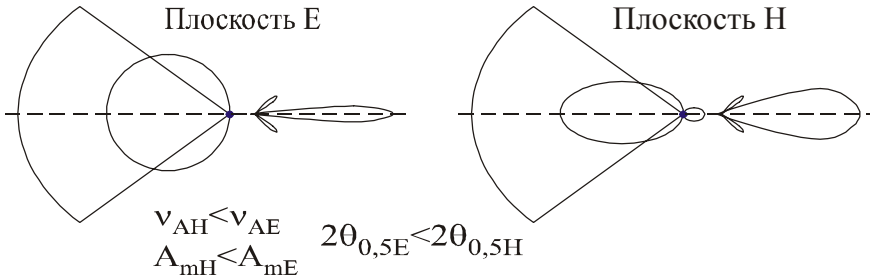
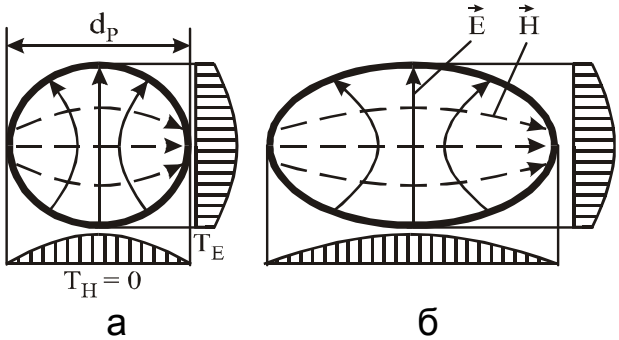


Рис. 1.7

Таким образом, получение игольчатой ДН ($2\theta_{0,5E} = 2\theta_{0,5H}$) от параболоида вращения с облучателем в виде открытого конца прямоугольного волновода оказывается невозможным.



а б

Рис. 1.8

У открытого конца круглого волновода последний недостаток отсутствует. У стандартного круглого волновода с основной волной H_{11} (рис. 1.8, а) из-за амплитудного распределения действующий размер в H-плоскости меньше, чем в плоскости E ($A_{mH} < A_{mE}$), поэтому и его ДН неодинаковы ($2\theta_{0,5E} < 2\theta_{0,5H}$). При этом круглый волновод неустойчив по поляризации. Но если его сделать эллиптическим (рис. 1.8, б), то увеличение геометрического размера в H-плоскости скомпенсирует влияние амплитудного распределения и в результате получим $d_{PE} < d_{PH}$, $\nu_{AE} > \nu_{AH}$, $A_{mH} = A_{mE}$, $2\theta_{0,5H} = 2\theta_{0,5E}$. Таким образом, ДН открытого конца волновода эллиптической формы обладает осевой симметрией, а неустойчивость по поляризации отсутствует.

2. РУПОРНЫЕ АНТЕННЫ

Рупорная антенна образуется путем плавного увеличения поперечных размеров прямоугольного или круглого волновода. Если расширение прямоугольного волновода происходит только в одной плоскости, то получаемый таким образом рупор называется ***секториальным***. При расширении волновода в H-плоскости такой рупор называется **H-*плоскостным*** **(H-*секториальным*)** (рис. 2.1), при расширении в E-плоскости – **E-*плоскостным*** **(E-*секториальным*)** (рис. 2.2).

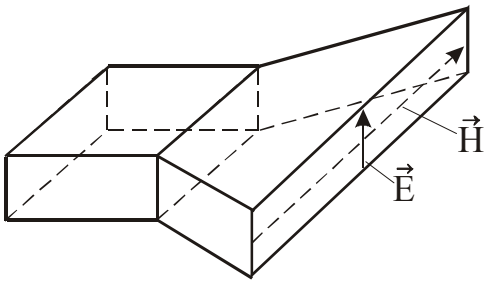


Рис. 2.1

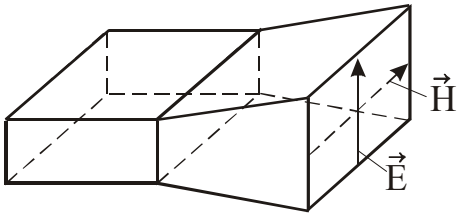


Рис. 2.2

Секториальные рупоры позволяют сузить ДН только в той плоскости, в которой производится увеличение размера волновода. В другой плоскости ДН остается такой же, как у открытого конца волновода в этой плоскости. Таким образом, секториальные рупоры создают ДН ***веерного*** типа.

Для сужения ДН в обеих плоскостях применяют ***пирамидальный*** рупор, который образуется расширением волновода в обеих плоскостях (рис. 2.3). Если ребра пирамидального рупора сходятся в одну точку, то его называют ***остроконечным.*** Пирамидальный рупор, изображенный на рис. 2.3, называется ***клиновидным***. Расширяющийся круглый волновод образует ***конический*** рупор (рис. 2.4).

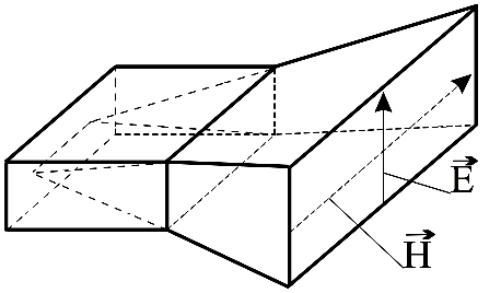


Рис. 2.3

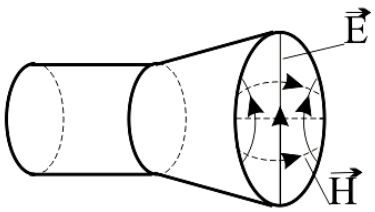


Рис. 2.4

Особенностью последнего рупора с волной типа H_{11} является то, что его ДН по форме приближается к поверхности тела вращения, что удобно при использовании его в качестве облучателя зеркальных антенн [1].

2.1. Внутренняя задача для H-плоскостного рупора

Исследование рупорных антенн проводится методом деления основной задачи на две: внутреннюю и внешнюю.

Внутренняя задача решается следующим образом. Рупор предполагается бесконечно длинным, а его стенки – идеально проводящими. Находятся частные решения уравнений Максвелла, соответствующие $\vec{j}_Э = 0$ и $\vec{j}_M = 0$ для такого рупора. Эти условия означают, что источники возбуждения электромагнитного поля находятся вне рупора. Считается, что из всех частных решений в соответствии со способом возбуждения определяющее значение имеет решение для волны низшего порядка. Далее предполагается, что и при конечной длине рупора внутреннее поле в рупоре и в его раскрыве сохраняется таким, каким оно получается для бесконечно длинного рупора – невозмущенным [1].

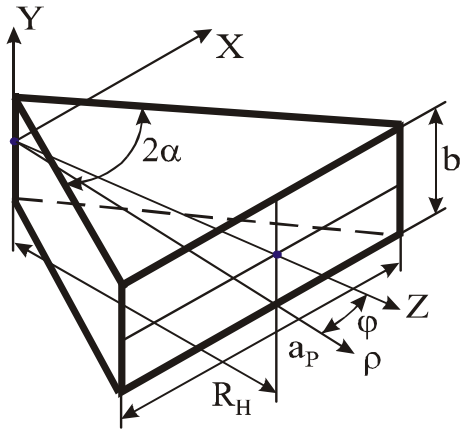


Рис. 2.5

Полагая при анализе секториальный рупор бесконечно длинным, удобно будет при исследовании внутреннего поля пользоваться цилиндрической системой координат y,ρ,φ (рис. 2.5).

Уравнения Максвелла внутри рупора (среда – воздух) при $\vec{j}_Э = 0$ и $\vec{j}_M = 0$ имеют вид

$$\mathrm{rot}\vec{H} = \begin{vmatrix} \frac{\vec{i}}{\rho} & \vec{j} & \frac{\vec{k}}{\rho} \\ \frac{\partial}{\partial\rho} & \frac{\partial}{\partial\varphi} & \frac{\partial}{\partial y} \\ H_\rho & \rho H_\varphi & H_y \end{vmatrix} = i\omega\varepsilon_0\vec{E}, \qquad (2.1)$$

$$\mathrm{rot}\vec{E} = \begin{vmatrix} \frac{\vec{i}}{\rho} & \vec{j} & \frac{\vec{k}}{\rho} \\ \frac{\partial}{\partial\rho} & \frac{\partial}{\partial\varphi} & \frac{\partial}{\partial y} \\ E_\rho & \rho E_\varphi & E_y \end{vmatrix} = -i\omega\mu_0\vec{H}\,. \qquad (2.2)$$

Из (2.1) и (2.2) для составляющих полей $\vec{E}$ и $\vec{H}$ имеем

$$\left.\begin{aligned} i\omega\varepsilon_0 E_\rho &= \frac{1}{\rho}\frac{\partial H_y}{\partial\varphi} - \frac{\partial H_\varphi}{\partial y}; \\ i\omega\varepsilon_0 E_\varphi &= \frac{\partial H_\rho}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial\rho}; \\ i\omega\varepsilon_0 E_y &= \frac{1}{\rho}\frac{\partial(\rho H_\varphi)}{\partial\rho} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial H_\rho}{\partial\varphi}; \end{aligned}\right\} \qquad (2.3)$$

$$\left.\begin{aligned} -i\omega\mu_0 H_\rho &= \frac{1}{\rho}\frac{\partial E_y}{\partial \varphi} - \frac{\partial E_\varphi}{\partial y}; \\ -i\omega\mu_0 H_\varphi &= \frac{\partial E_\rho}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial \rho}; \\ -i\omega\mu_0 H_y &= \frac{1}{\rho}\frac{\partial(\rho E_\varphi)}{\partial \rho} - \frac{1}{\rho}\frac{\partial E_\rho}{\partial \varphi}. \end{aligned}\right\} \qquad (2.4)$$

Из двух групп волн, соответствующих поперечным электрическим волнам TE_{mn} (H_{mn}) и поперечным магнитным волнам TM_{mn}(E_{mn}), выберем волны H_{mn}.

Из волн H_{mn} рассмотрим те, у которых индекс n равен нулю ($n = 0$), что соответствует помимо $E_\rho = 0$ еще и $E_\varphi = 0$.

При возбуждении волновода волной H_{m0} поле будет иметь только компоненты $H\rho$, $H\varphi$ и Ey. Остальные составляющие поля будут равны нулю, т.е.

$$E\rho = E\varphi = 0,\ Hy = 0. \qquad (2.5)$$

Подставляя (2.5) в (2.4), получим

$$H_\rho = -\frac{1}{i\omega\mu_0\rho}\frac{\partial E_y}{\partial \varphi},\ H_\varphi = \frac{1}{i\omega\mu_0}\frac{\partial E_y}{\partial \rho}, \qquad (2.6)$$

а подставляя (2.6) в третье уравнение (2.3), будем иметь

$$i\omega\varepsilon_0\ E_y = \frac{1}{\rho i\omega\mu_0}\frac{\partial}{\partial \rho}\left(\rho\frac{\partial E_y}{\partial \rho}\right) + \frac{1}{\rho^2 i\omega\mu_0}\frac{\partial^2 E_y}{\partial \varphi_2}. \qquad (2.7)$$

Умножив (2.7) на $\rho^2 i\omega\mu_0$ и обозначив $k = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$, получим

$$-\frac{\partial^2 E_y}{\partial \varphi^2} = \rho\frac{\partial}{\partial \rho}\left(\rho\frac{\partial E_y}{\partial \rho}\right) + k^2\rho^2 E_y. \qquad (2.8)$$

Уравнение (2.8) будем решать методом разделения переменных. Для этого представим E_y в виде произведения двух функций, каждая из которых зависит только от одной переменной:

$$E_y = R(\rho)\ Q(\varphi). \qquad (2.9)$$

Подставив (2.9) в (2.8), получим

$$-\frac{1}{Q}\frac{\partial^2 Q}{\partial \varphi^2} = \frac{\rho}{R}\frac{d}{d\rho}\left(\rho\frac{dR}{d\rho}\right) + k^2\rho^2. \qquad (2.10)$$

Обозначим

$$F_1(\varphi) = -\frac{1}{Q}\frac{d^2 Q}{d\varphi^2}, F_2(\rho) = \frac{\rho}{R}\frac{d}{d\rho}\left(\rho\frac{dR}{d\rho}\right) + k^2\rho^2,$$

тогда

$$F_1(\varphi) = F_2(\rho). \qquad (2.11)$$

Продифференцировав (2.11) по φ и по ρ, имеем

$$\frac{dF_1(\varphi)}{d\varphi} = 0 \Rightarrow F_1(\varphi) = \text{const},\ \frac{dF_2(\rho)}{d\rho} = 0 \Rightarrow F_2(\rho) = \text{const}.$$

Таким образом, левая и правая части (2.10) равны некоторой постоянной величине. Обозначим эту постоянную через p^2 и перепишем (2.10) следующим образом:

$$\frac{d^2Q(\varphi)}{d\varphi^2} + p^2Q(\varphi) = 0; \qquad (2.12)$$

$$\rho\frac{d}{d\rho}\left[\rho\frac{dR(\rho)}{d\rho}\right] + (k^2\rho^2 - p^2)R(\rho) = 0. \qquad (2.13)$$

Решение (2.12) можно представить в виде тригонометрической функции

$$Q(\varphi) = \sin(p\varphi + \psi), \qquad (2.14)$$

где постоянные p и ψ определяют из граничных условий.

Уравнение (2.13) после преобразований будет иметь вид

$$\rho^2\frac{d^2R(\rho)}{d\rho^2} + \rho\frac{dR(\rho)}{d\rho} + (k^2\rho^2 - p^2)R(\rho) = 0,$$

или

$$\frac{d^2R(\rho)}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{dR(\rho)}{d\rho} + (k^2 - \frac{p^2}{\rho^2})R(\rho) = 0. \qquad (2.15)$$

Уравнение (2.15) носит название уравнения Бесселя, его решением является линейная комбинация функций Ханкеля p-го порядка 1-го и 2-го рода

$$R(\rho) = C_1H_p^{(1)}(k\rho) + C_2H_p^{(2)}(k\rho), \qquad (2.16)$$

где постоянные C_1 и C_2 определяют из начальных условий.

Тогда согласно (2.9) для E_y получим

$$E_y = [C_1H_p^{(1)}(k\rho) + C_2H_p^{(2)}(k\rho)]\sin(p\varphi + \psi). \qquad (2.17)$$

Найдем постоянные C_1 и C_2 для рупора бесконечной длины, у которого $k\rho >> 1$. При больших значениях аргумента $k\rho$ для функций Ханкеля справедливы асимптотические приближения вида

$$H_p^{(1)}(k\rho) \approx \sqrt{2/\pi k\rho}\ \exp[ik\rho - i(p + 1/2)\,\pi/2], \qquad (2.18)$$

$$H_p^{(2)}(k\rho) \approx \sqrt{2/\pi k\rho}\ \exp[-ik\rho + i(p + 1/2)\,\pi/2]. \qquad (2.19)$$

Функция Ханкеля 1-го рода $H_p^{(1)}(k\rho)$ характеризует волну, распространяющуюся в направлении убывающих значений ρ, т.е. к вершине рупора, а функция Ханкеля 2-го рода $H_p^{(2)}(k\rho)$ соответствует волне, распространяющейся от вершины рупора в сторону возрастающих значений ρ, т.е. к раскрыву.

Следует отметить, что решение задачи проводилось в предположении бесконечной длины рупора. Следовательно, отраженных от конца рупора волн, т.е. волн, двигающихся к вершине рупора, не должно быть. В силу этого нужно положить $C_1 = 0$. Тогда множитель $C_2 = C$ будет характеризовать интенсивность поля [3].

Постоянные p и ψ найдем из граничного условия – равенства нулю касательной составляющей вектора электрического поля на стен-

ках рупора, т.е.

$$E_y = 0 \quad \text{при} \quad \varphi = \pm \alpha. \tag{2.20}$$

Согласно (2.20) выполняются равенства

$$\sin(p\alpha + \psi) = 0, \ \ \sin(-p\alpha + \psi) = 0,$$

откуда получим

$$p\alpha + \psi = \ell\pi, \ -p\alpha + \psi = n\pi \ \text{ или } \ \psi = (\ell + n)\pi/2, \ \ p = (\ell - n)\pi/2\alpha,$$

где ℓ и n – любые целые числа, причем $\ell \neq n$.

Поскольку вычитание из ψ целого числа π не изменит результат, то можем записать следующее:

$$\psi = (\ell + n)\pi/2 - n\pi = (\ell - n)\pi/2,$$

тогда

$$\psi = m\pi/2, \quad p = m\pi/2\alpha, \tag{2.21}$$

где $m = n - \ell$ определяет количество полуволн, укладывающихся между стенками рупора, параллельными E_y.

Таким образом, для волн типа H_{m0} выражение для составляющей поля E_y имеет вид

$$E_y = C\sin(\frac{m\pi\varphi}{2\alpha} + \frac{m\pi}{2})H^{(2)}_{\frac{m\pi}{2\alpha}}(k\rho),$$

а для волны низшего типа H_{10} –

$$E_y = C\cos(\frac{\pi\varphi}{2\alpha})H^{(2)}_{\frac{\pi}{2\alpha}}(k\rho). \tag{2.22}$$

Используя соотношения (2.6), для составляющих H_φ и H_ρ получим

$$H_\varphi = \frac{Ck}{i\omega\mu_0}\cos(\frac{\pi}{2\alpha})\frac{d}{d(k\rho)}\left[H^{(2)}_{\frac{\pi}{2\alpha}}(k\rho)\right], \tag{2.23}$$

$$H_\rho = \frac{C\pi}{i\omega\mu_0 2\alpha\rho}\sin(\frac{\pi\varphi}{2\alpha})H^{(2)}_{\frac{\pi}{2\alpha}}(k\rho). \tag{2.24}$$

Структура электромагнитного поля, соответствующая уравнениям (2.22) – (2.24), показана на рис. 2.6, где сплошными линиями обозначены силовые линии электрического поля, а пунктирными – магнитного.

Сравнение структуры поля, приведенной на рис. 2.6, со структурой поля в прямоугольном волноводе (см. рис. 1.4) позволяет установить как черты сходства, так и черты различия.

Черты сходства:

1. В обоих случаях имеются только три составляющие поля, не равные нулю, – две поперечные и одна продольная:

– для волновода

$$E_y, \ H_x, \ H_z;$$

– для H-рупора

$$E_y, \ H_\varphi, \ H_\rho.$$

2. В обоих случаях эти составляющие имеют сходную зависимость от координат:

для волновода	для H-рупора
$E_y(x), H_x(x) \sim \cos(\pi x/a)$, $H_z(x) \sim \sin(\pi x/a)$, $E_y(y), H_x(y), H_z(y) = \text{const}$, $E_y(z), H_x(z), H_z(z) \sim e^{-i\beta z}$;	$E_y(\varphi), H_\varphi(\varphi) \sim \cos(\pi\varphi/2\alpha)$, $H_\rho(\varphi) \sim \sin(\pi\varphi/2\alpha)$, $E_y(y), H_\varphi(y), H_\rho(y) = \text{const}$, $E_y(\rho), H_\varphi(\rho), H_\rho(\rho) \sim e^{-ik\rho}$.

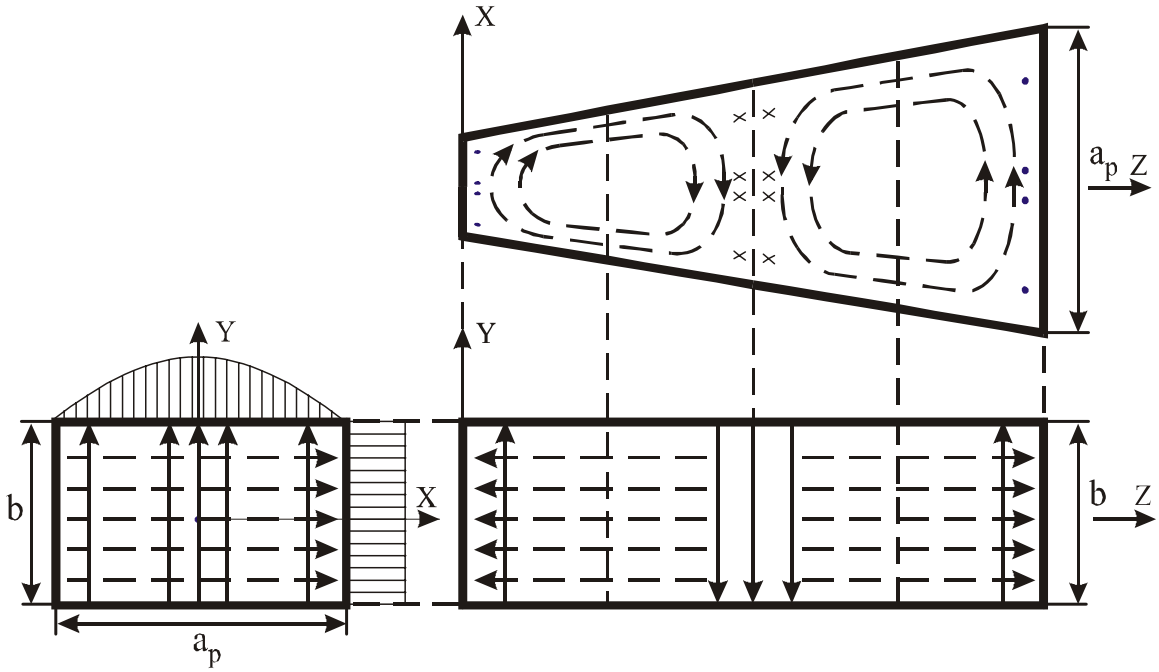


Рис. 2.6

3. Индекс m у секториального рупора, как и у волновода, характеризует количество стоячих полуволн между стенками, параллельными электрическому вектору.

Черты различия:

1. В секториальном рупоре электромагнитное поле имеет характер цилиндрической волны в отличие от волновода, где оно имеет характер плоской волны. В секториальном рупоре точки одинаковой фазы лежат на цилиндрической поверхности $\rho = \text{const}$, поскольку переменным множителем является $H_p^{(2)}(k\rho)$, а в волноводе – на плоскости $z = \text{const}$, так как аналогичным фазовым множителем является $e^{-i\beta z}$.

2. На больших расстояниях от вершины рупора электромагнитное поле становится чисто поперечным, так как на таких расстояниях можно пренебречь составляющей H_ρ по сравнению с H_φ, а функцию Ханкеля можно заменить ее асимптотическим выражением. Действительно, как видно из (2.23) и (2.24), при $H_\varphi >> H_\rho$ $k\rho >> \pi/2\alpha$, что является условием, позволяющим заменить функцию Ханкеля ее асимптотическим приближением.

Учитывая сказанное, можно записать следующее:

$$E_y \approx C\sqrt{\frac{2}{\pi k\rho}}\cos\left(\frac{\pi\varphi}{2\alpha}\right)e^{-ik\rho+i(p+1/2)\frac{\pi}{2}};$$

$$H_\varphi = \frac{E_y}{120\pi};$$

$$H\rho \approx Hy = 0;\ E\varphi = E\rho = 0. \qquad (2.25)$$

3. В рупоре отсутствует критическая длина волны. Это объясняется тем, что у бесконечного рупора всегда можно найти такое сечение, которое окажется достаточным для распространения любой волны. Этот вывод следует из формулы, определяющей критическую длину волны. В прямоугольном волноводе с волной H_{10} $\lambda_{кр} = 2a$. В H-секториальном рупоре размер широкой стенки увеличивается с ростом длины рупора, следовательно, и $\lambda_{кр}$ увеличивается.

4. Как следует из формулы

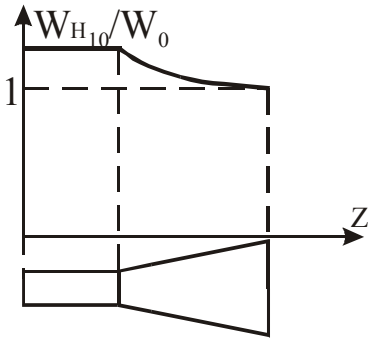


Рис. 2.7

$$W_{H10} = \frac{W_0}{\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a_p}\right)^2}},$$

удельное волновое сопротивление H-секториального рупора также уменьшается с ростом длины рупора, приближаясь к волновому сопротивлению свободного пространства (рис. 2.7). Таким образом, H-секториальный рупор, в отличие от прямоугольного волновода, оказывается антенным устройством, хорошо согласованным со свободным пространством.

При окончательном определении поля в раскрыве рупора необходимо учесть, что у большинства применяемых рупоров раскрыв плоский, а волна в рупоре цилиндрическая. Вследствие этого поле в раскрыве не будет синфазным и появятся фазовые искажения.

Для определения фазовых искажений в раскрыве рассмотрим продольное сечение рупора, показанное на рис. 2.8. Фазовое распределение в (2.25) определяется так:

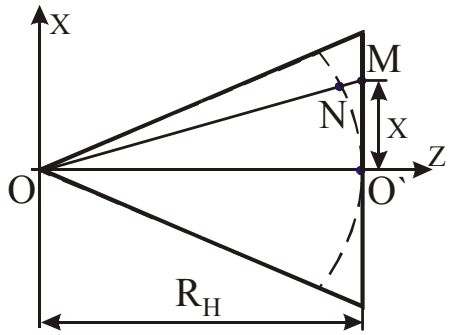


Рис. 2.8

$$\psi(\rho) = k\rho - (p + 1/2)\pi/2,$$

и в середине раскрыва (в точке O´) фаза может быть принята равной нулю:

$$\psi(R_H) = kR_H - (p + 1/2)\pi/2 = 0.$$

Тогда в произвольной точке M на раскрыве, имеющей координату x, фаза поля отстает от фазы в середине раскрыва на фазовый угол

$$\Delta\psi = \frac{2\pi}{\lambda}(OM - ON) = \frac{2\pi}{\lambda}(OM - R_H) = \frac{2\pi R_H}{\lambda}\left[\sqrt{1+(\frac{x}{R_H})^2} - 1\right].$$

Принимая условие $x << R_H$, а также используя разложение корня в ряд по степеням x/R_H и отбрасывая члены выше 2-го порядка, найдем

$$\Delta\psi = \frac{2\pi R_H}{\lambda}(1 + \frac{x^2}{2R_H^2} - \frac{x^4}{4R_H^4} + \ldots - 1) \approx \frac{\pi x^2}{\lambda R_H}.$$

Полагая $\rho \approx R_H$, $\varphi/2\alpha \approx x/2a_p$, $H_\varphi = -H_x$, $E_0 = \sqrt{2/\pi k R_H}$, поле в раскрыве H-секториального рупора окончательно представим выражениями

$$E_y = E_0 \cos(\frac{\pi x}{a_p}) e^{-i\frac{\pi x^2}{\lambda R_H}},$$

$$H_x = -\frac{E_y}{120\pi}. \qquad (2.26)$$

Таким образом, АФР в раскрыве H-плоскостного рупора имеет вид

$$|A(x)| = E_o \cos(\pi x/a_p), \ \psi(x) = -\pi x^2/\lambda R_H. \qquad (2.27)$$

2.2. Внешняя задача для H-плоскостного рупора

Напряженность поля раскрыва (рис. 2.9) в E-плоскости рассчитывается по правилу Бонч-Бруевича

$$E_E(\theta) = F_\Gamma(\theta)\, E_{CE}(\theta),$$

где $F_\Gamma(\theta)$ – ДН излучателя Гюйгенса, а $E_{CE}(\theta)$ – напряженность поля системы излучателей Гюйгенса, определяемая с помощью обратного преобразования Фурье по АФР в раскрыве рупора. Тогда

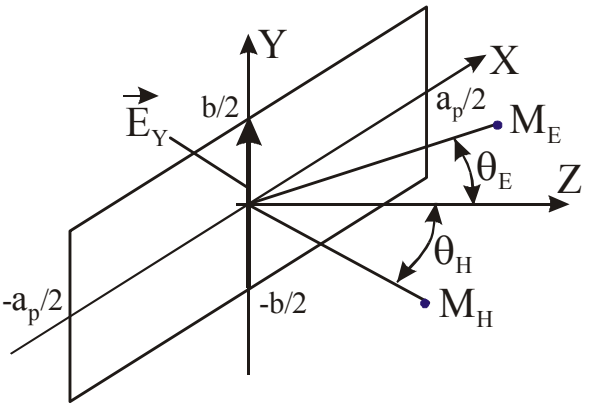


Рис. 2.9

$$E_E(\theta) = F_\Gamma(\theta) \int_{-b/2}^{b/2} \int_{-a_p/2}^{a_p/2} E_0 \cos(\frac{\pi x}{a_p}) e^{-i\frac{\pi x^2}{\lambda R_H}} e^{iky\sin\theta} dx dy =$$

$$= E_0 F_\Gamma(\theta) \int_{-\frac{a_p}{2}}^{\frac{a_p}{2}} \cos(\frac{\pi x}{a_p}) e^{-i\frac{\pi x^2}{\lambda R_H}} dx \int_{-b/2}^{b/2} e^{iky\sin\theta} dy = E_0 F_\Gamma(\theta) K_1 b \frac{\sin(\frac{\pi b}{\lambda}\sin\theta)}{\frac{\pi b}{\lambda}\sin\theta}.$$

В направлении перпендикуляра к раскрыву при $\theta = 0^o$ $E(0^o) = E_o K_1 b$, тогда

$$F_E(\theta) = \frac{1+\cos\theta}{2} \frac{\sin(\frac{\pi b}{\lambda}\sin\theta)}{\frac{\pi b}{\lambda}\sin\theta}, \qquad (2.28)$$

откуда следует, что ***ДН H-плоскостного рупора в плоскости E будет такой же, как ДН в этой плоскости открытого конца прямоугольного волновода при*** $|\Gamma| = 0$. Ширина главного лепестка ДН в плоскости E находится по формуле

$$2\theta^o_{0,5} \approx 51^o\lambda/b.$$

Напряженность поля раскрыва в H-плоскости определяется как

$$E_H(\theta) = F_\Gamma(\theta)E_{CH}(\theta) = F_\Gamma(\theta)\int_{-b/2}^{b/2}\int_{-a_p/2}^{a_p/2} E_0\cos(\frac{\pi x}{a_p})e^{-i\frac{\pi x^2}{\lambda R_H}}e^{ikx\sin\theta}dxdy =$$

$$= E_0 bF_\Gamma(\theta)\int_{-\frac{a_p}{2}}^{\frac{a_p}{2}}\cos(\frac{\pi x}{a_p})e^{-i\frac{\pi x^2}{\lambda R_H}}e^{ikx\sin\theta}dx\,. \qquad (2.29)$$

Интеграл, аналогичный (2.29), был рассмотрен при изучении квадратично-фазного раскрыва с косинусным амплитудным распределением в подразд.7.9 работы [4]. Выражение для $E_H(\theta)$ будет комплексным, следовательно, в общем случае H-плоскостной рупор фазового центра иметь не будет, а будет иметь фазовую линию в H-плоскости.

На рис. 2.10 показаны расчетные ДН рупора в H-плоскости, построенные для различных отклонений фазы на краях раскрыва относительно его середины, которые в соответствии с (2.27) определяются формулой [5]

$$\psi_m = \pi a_p^2/4\lambda R_H. \qquad (2.30)$$

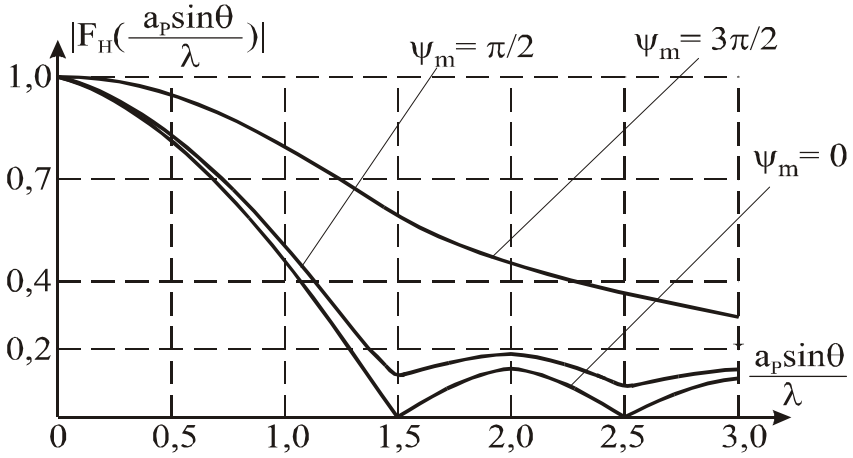


Рис. 2.10

КНД H-секториального рупора вычисляется так:

$$D_{mH} = \frac{4\pi}{\lambda^2}S_p\nu_A = \frac{4\pi}{\lambda^2}\frac{\left|\int_{-b/2}^{b/2}\int_{-a_p/2}^{a_p/2} E_0\cos(\frac{\pi x}{a_p})e^{-i\frac{\pi x^2}{\lambda R_H}}dxdy\right|^2}{\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}}\int_{-\frac{a_p}{2}}^{\frac{a_p}{2}}\left|E_0\cos(\frac{\pi x}{a_p})e^{-i\frac{\pi x^2}{\lambda R_H}}\right|^2 dxdy}. \qquad (2.31)$$

Зависимости $D_{mH}\lambda/b_p$ от a_p/λ, построенные на основе (2.31), приведены на рис. 2.11. Появление максимумов на кривых объясняется тем, что при увеличении угла раскрыва рупора 2α, с одной стороны, увеличивается относительный размер раскрыва a_p/λ, что ведет к су-

жению ДН. Но, с другой стороны, быстро увеличивается квадратичная фазовая ошибка ψ_m, ведущая к расширению ДН. В результате действия этих противоположных факторов при определенном значении $(a_p/\lambda)_{опт}$ имеет место максимальный КНД. Рупоры, соответствующие максимальному КНД, называются ***оптимальными*** [6].

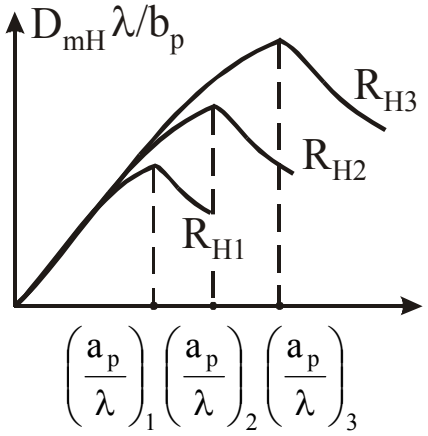


Рис. 2.11

Анализируя рис. 2.11, можно сделать такие выводы:

1. При $a_p/\lambda < (a_p/\lambda)_1, (a_p/\lambda)_2, (a_p/\lambda)_3$ увеличение a_p/λ приводит к увеличению КНД. Это обусловлено тем, что при таких a_p/λ влияние фазовых искажений еще мало и основное влияние на КНД оказывает только относительный размер раскрыва:

$$a_p/\lambda \uparrow \rightarrow 2\theta_{0,5}\downarrow \rightarrow D_{mH}\uparrow.$$

2. Увеличение длины рупора при фиксированном размере раскрыва приводит к увеличению КНД. Действительно (рис. 2.12), чем больше R_H, тем меньшими будут фазовые искажения в раскрыве, тем большим будет КНД:

$$R_H\uparrow \rightarrow \psi_m \downarrow \rightarrow D_{mH}\uparrow.$$

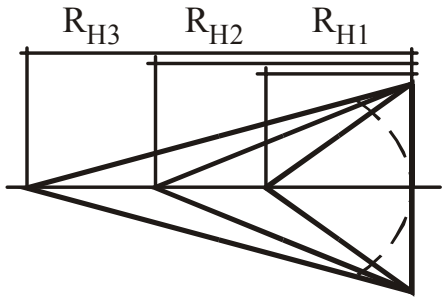


Рис. 2.12

3. При $a_p/\lambda > (a_p/\lambda)_1, (a_p/\lambda)_2, (a_p/\lambda)_3$ увеличение a_p/λ приводит к снижению КНД. Действительно (рис. 2.13), чем больше a_p/λ при фиксированной длине рупора R_H, тем большими будут фазовые искажения ψ_m, тем меньшим будет КНД:

$$a_p/\lambda \uparrow \rightarrow \psi_m \uparrow \rightarrow D_{mH}\downarrow.$$

Точкам максимумов на рис. 2.11 соответствует условие

$$R_{H\,опт} = a_p^2/3\lambda, \qquad (2.32)$$

откуда допустимые фазовые искажения в H-плоскостном рупоре

$$(\psi_{mH})_{доп} = \pi a_p^2/4\lambda R_{H\,опт} = 3\pi/4. \qquad (2.33)$$

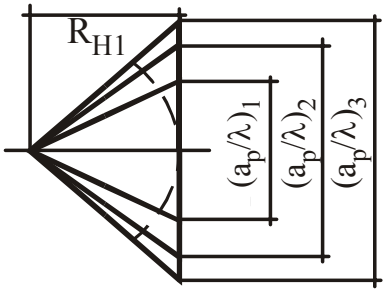


Рис. 2.13

Для оптимальных рупоров при расчете ДН в H-плоскости можно пользоваться выражением

$$F_H(\theta) = \frac{1+\cos\theta}{2}\,\frac{\cos\left(\frac{\pi a_p}{\lambda}\sin\theta\right)}{1-\left(\frac{2a_p}{\lambda}\sin\theta\right)^2}, \qquad (2.34)$$

а ширину главного лепестка ДН определять по формуле

$$2\theta^o_{0,5} \approx 80^o\,\lambda/a_p. \qquad (2.35)$$

Полный КИП оптимального рупора [7]

$$\nu_A = \nu_{AH}\,\nu_{\Phi H}\,\nu_{AE}\,\nu_{\Phi E} = 0{,}64, \qquad (2.36)$$

где $\nu_{AH} = 0{,}81$ – апертурный КИП в H-плоскости, обусловленный спадающим до нуля на краях раскрыва амплитудным распределением;

$\nu_{ФH} = 0{,}79$ – КИП, обусловленный квадратичной фазовой ошибкой в плоскости H;

$\nu_{AE} = 1$ – апертурный КИП в E-плоскости, обусловленный постоянным амплитудным распределением;

$\nu_{ФE} = 1$ – КИП, обусловленный отсутствием фазовой ошибки в E-плоскости.

Тогда КНД H-плоскостного рупора можно определить по формуле

$$D_{mH} = \frac{4\pi}{\lambda^2} S_p \nu_A = \frac{4\pi}{\lambda^2} a_p b \cdot 0{,}64. \qquad (2.37)$$

Для рупора бесконечной длины фазовые искажения в раскрыве будут отсутствовать, и его КНД равен

$$D_{mH} = \frac{4\pi}{\lambda^2}\, a_p b \cdot 0{,}81. \qquad (2.38)$$

Таким образом, увеличение длины рупора от оптимальной до бесконечной приводит к увеличению его КНД примерно на 20%.

2.3. E-плоскостной рупор

В результате решения внутренней задачи методом, использованным в предыдущем подразделе, можно получить выражения для составляющих поля волны H_{10} в E-секториальном рупоре:

$$\begin{aligned} E_y &= C\cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) H_1^{(2)}(\beta\rho); \\ H_X &= -C\frac{\beta}{i\omega\mu_0}\cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) H_0^{(2)}(\beta\rho); \\ H_\rho &= -C\frac{\lambda}{i\omega\mu_0}\frac{\pi}{a}\sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) H_1^{(2)}(\beta\rho), \end{aligned} \qquad (2.39)$$

где $\beta = \sqrt{k^2 - (\pi/a)^2} = 2\pi/\lambda_B$ – фазовая постоянная волны H_{10}.

На рис. 2.14 показана структура электромагнитного поля волны H_{10} в E-секториальном рупоре, соответствующая уравнениям (2.39). Из сравнения рис. 2.14 с 1.4 видно, что картина электромагнитного поля волны H_{10} в E-плоскостном рупоре подобна картине поля волны H_{10} в прямоугольном волноводе, но несколько деформирована по сравнению с ней.

Анализируя формулу (2.39), можно сделать вывод, что волны в E-плоскостном рупоре имеют еще больше черт сходства с аналогичными волнами в волноводе, чем волны в H-плоскостном рупоре. Действительно, функции Ханкеля в (2.39) имеют следующие асимптотические выражения:

$$\begin{aligned} H_0^{(2)}(\beta\rho) &\approx \sqrt{\frac{2}{\pi\beta\rho}}\, e^{-i\left(\beta\rho - \frac{\pi}{4}\right)}; \\ H_1^{(2)}(\beta\rho) &\approx \sqrt{\frac{2}{\pi\beta\rho}}\, e^{-i\left(\beta\rho - \frac{3\pi}{4}\right)}. \end{aligned} \qquad (2.40)$$

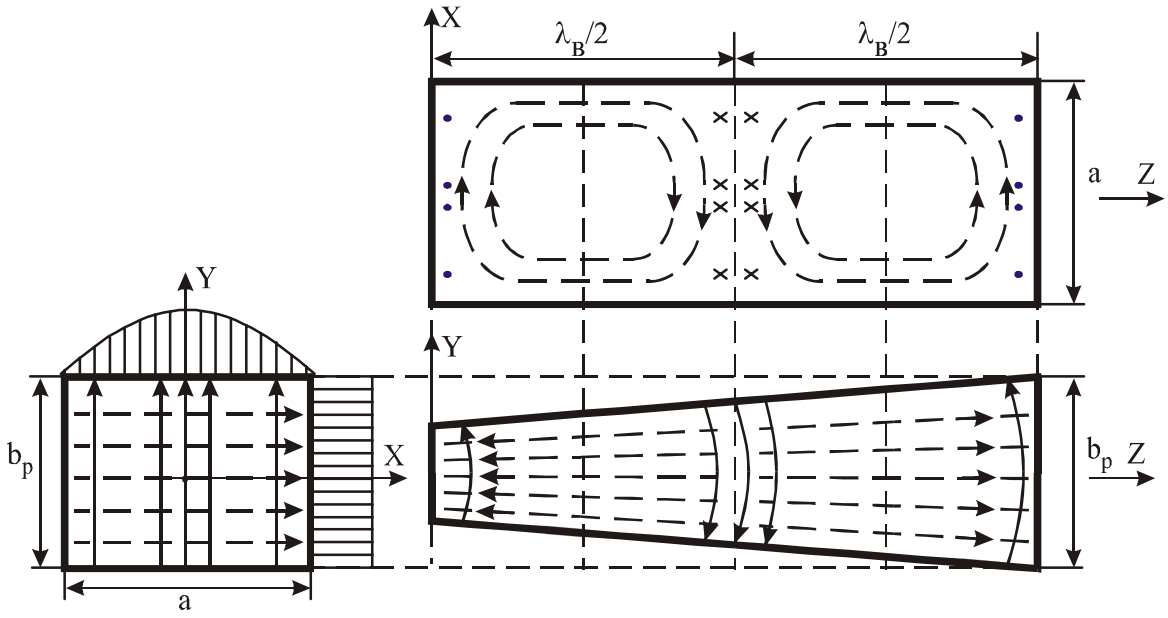


Рис. 2.14

Формулы (2.40) показывают, что в данном случае фазовая скорость $V_ф$ на больших расстояниях от вершины рупора не равна c, а имеет такую же величину, как в волноводе:

$$V_ф = \frac{\omega}{\beta} = c / \sqrt{1 - (\lambda/2a)^2}. \qquad (2.41)$$

Точно так же удельное волновое сопротивление E-плоскостного рупора

$$W_{H10} = \omega\mu_0 / \beta = W_0 / \sqrt{1 - (\lambda/2a)^2} \qquad (2.42)$$

всюду в рупоре больше W_o и у раскрыва скачком приближается к W_o, т.е. E-плоскостной рупор, как и волновод, плохо согласуется со свободным пространством (рис. 2.15).

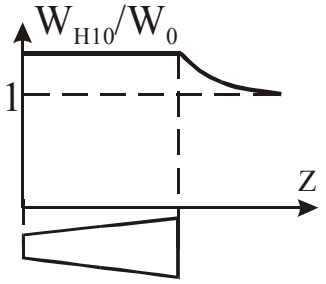


Рис. 2.15

В соответствии с (2.41), (2.42) волны в E-плоскостном рупоре характеризуются критической длиной волны $\lambda_{кр} = 2a$ и, строго говоря, не становятся чисто поперечными так же, как аналогичные волны в прямоугольном волноводе. Практически же поперечные волны в E-плоскостном рупоре имеют место при выполнении условия

$$k >> \pi/a \quad \text{или} \quad a >> \lambda/2, \qquad (2.43)$$

чего, строго говоря, быть не может.

Фронт волны – поверхность одинаковых фаз поля в E-плоскостном рупоре, которая представляет собой цилиндрическую поверхность, как и в H-плоскостном рупоре. Указанная выше деформация поля в E-плоскостном рупоре по сравнению с полем в волноводе выражается в том, что электрический вектор поля направлен по дуге окружности с центром в вершине рупора, идущей от одной боковой наклонной стороны рупора к другой. Кроме того, векторы поля

сохраняют постоянное значение вдоль этой дуги, а не вдоль прямой, параллельной оси y, как в волноводе.

Перейдем к определению поля излучения E-плоскостного рупора. Будем вычислять его, исходя из условий сохранения в раскрыве невозмущенного поля падающей волны и выполнения неравенства (2.43). При этих условиях и при малых углах раскрыва рупора 2α можно положить

$$\left.\begin{aligned} E_y \approx E_\varphi &= E_0 \cos(\frac{\pi x}{a}) e^{-i\frac{\pi y^2}{\lambda R_E}}; \\ H_x &= \frac{E_y}{120\pi}; \\ E_x &= E_\rho = 0; \\ H_y &= H_\rho = 0, \end{aligned}\right\} \qquad (2.44)$$

где $E_0 = C\sqrt{2/\pi\beta R_E}$ – амплитуда поля на оси рупора ($x = 0$).

Напряженность поля раскрыва (рис. 2.16) в плоскости H найдем из выражения

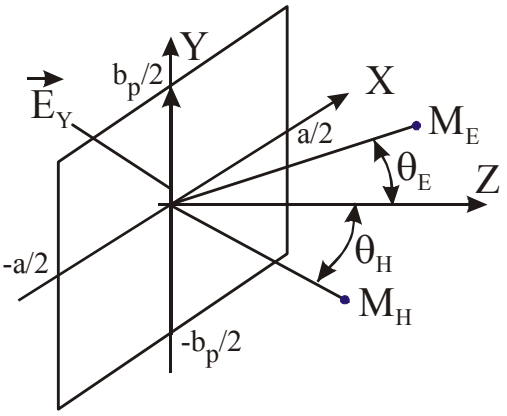


Рис. 2.16

$$E_H(\theta) = F_\Gamma(\theta)\, E_{CH}(\theta) =$$

$$= F_\Gamma(\theta) \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \int_{-\frac{b_p}{2}}^{\frac{b_p}{2}} E_0 \cos(\frac{\pi x}{a}) e^{-i\frac{\pi y^2}{\lambda R_E}} e^{ikx\sin\theta} dxdy =$$

$$= E_0 F_\Gamma(\theta) \int_{-\frac{b_p}{2}}^{\frac{b_p}{2}} e^{-\frac{\pi y^2}{\lambda R_E}} dy \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \cos(\frac{\pi x}{a}) e^{ikx\sin\theta} dx =$$

$$= E_0 K_2 F_\Gamma(\theta) \frac{2a}{\pi} \frac{\cos(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta)}{1-(\frac{2a}{\lambda}\sin\theta)^2}.$$

В направлении перпендикуляра к раскрыву, т.е. при $\theta = 0^o$,

$$E_H(0^o) = E_0 K_2 2a/\pi,$$

тогда

$$F_H(\theta) = \frac{1+\cos\theta}{2} \frac{\cos(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta)}{1-(\frac{2a}{\lambda}\sin\theta)^2}, \qquad (2.45)$$

т.е. ДН E-плоскостного рупора в H-плоскости будет такой же, как ДН в этой плоскости открытого конца прямоугольного волновода при $|\Gamma| = 0$.

Ширина главного лепестка ДН в плоскости H определяется выражением

$$2\theta^{o}_{0,5} \approx 68^{o}\lambda / a. \qquad (2.46)$$

Напряженность поля рупора в плоскости E определяем как

$$E_E(\theta) = F_\Gamma(\theta)E_{CE}(\theta) = E_0F_\Gamma(\theta)\int_{-a/2}^{a/2}\cos(\frac{\pi x}{a})dx\int_{-b_p/2}^{b_p/2}e^{-\frac{\pi y^2}{\lambda R_E}}e^{iky\sin\theta}dy =$$

$$= E_0K_3F_\Gamma(\theta)\int_{-b_p/2}^{b_p/2}e^{-i\frac{\pi y^2}{\lambda R_E}}e^{iky\sin\theta}dy. \qquad (2.47)$$

Интеграл вида (2.47) был подробно исследован в подразд.7.8 работы [4] при рассмотрении равноамплитудного квадратично-фазного раскрыва. Показано, что выражение для напряженности поля раскрыва является комплексным и раскрыв фазового центра не имеет. В случае E-плоскостного рупора вместо фазового центра существует фазовая линия в плоскости E, которая будет тем длиннее, чем большими будут фазовые искажения ψ_m на краю раскрыва относительно середины:

$$\psi_m = \pi b^2{}_p / 4\lambda R_E. \qquad (2.48)$$

На рис. 2.17 приведены ДН в плоскости E для E-секториального рупора, рассчитанные для различных ψ_m, которые подтверждают выводы, полученные в подразд.7.8 работы [4].

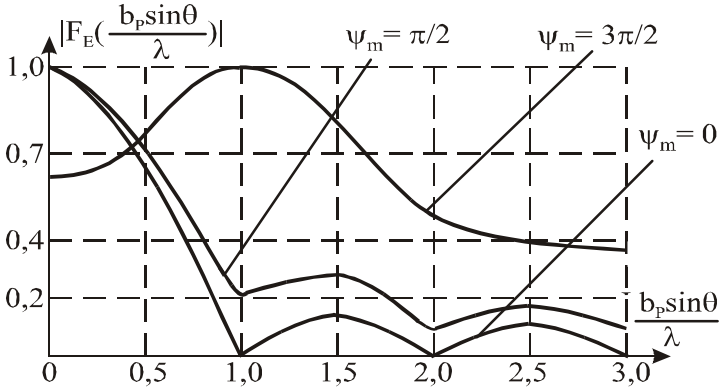


Рис. 2.17

КНД E-плоскостного рупора определяется по формуле

$$D_{mE} = \frac{4\pi}{\lambda^2}S_p\nu_A = \frac{4\pi}{\lambda^2}\frac{\left|\int_{-b_p/2}^{b_p/2}\int_{-a/2}^{a/2}E_0\cos(\frac{\pi x}{a})e^{-i\frac{\pi y^2}{\lambda R_E}}dxdy\right|^2}{\int_{-b_p/2}^{b_p/2}\int_{-a/2}^{a/2}\left|E_0\cos(\frac{\pi x}{a})e^{-i\frac{\pi y^2}{\lambda R_E}}\right|^2dxdy}. \qquad (2.49)$$

Зависимости $D_{mE}\lambda/a_p$ от b_p/λ, построенные на основе (2.49), приведены на рис. 2.18. Основные закономерности у зависимостей такие же, как и на рис. 2.11 для H-плоскостного рупора. Отличие заключается только в том, что теперь при тех же длинах рупора кривые достигают максимумов при меньших размерах раскрыва, чем для H-плоскостного рупора, и точкам максимумов (оптимальным рупорам) соответствует условие

$$R_{E\,опт} = b_p^2 / 2\lambda, \qquad (2.50)$$

откуда допустимые фазовые искажения в E-плоскости рупора таковы:

$$(\psi_{mE})_{доп} = \pi b_p^2 / 4\lambda R_{E\,опт} = \pi / 2. \qquad (2.51)$$

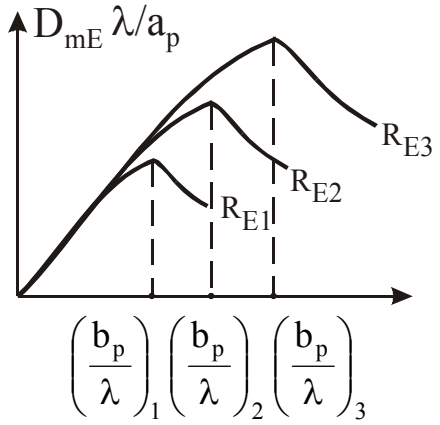


Рис. 2.18

Для оптимальных рупоров при расчете ДН в E-плоскости можно пользоваться выражением

$$F_E(\theta) = \frac{1+\cos\theta}{2}\,\frac{\sin\left(\frac{\pi b_p}{\lambda}\sin\theta\right)}{\frac{\pi b_p}{\lambda}\sin\theta}, \qquad (2.52)$$

а ширину главного лепестка определять по формуле

$$2\theta^{o}_{0.5} \approx 53^{o}\lambda / b_p. \qquad (2.53)$$

Полный КИП оптимального рупора

$$\nu_A = \nu_{AH}\nu_{\Phi H}\nu_{AE}\nu_{\Phi E} = 0{,}64, \qquad (2.54)$$

где $\nu_{AH} = 0{,}81$ – апертурный КИП в H-плоскости, обусловленный спадающим до нуля на краях раскрыва амплитудным распределением;

$\nu_{\Phi H} = 1$ – КИП, обусловленный отсутствием фазовой ошибки в плоскости H;

$\nu_{AE} = 1$ – апертурный КИП в E-плоскости, обусловленный постоянным амплитудным распределением;

$\nu_{\Phi E} = 0{,}79$ – КИП, обусловленный квадратичной фазовой ошибкой в плоскости E.

Тогда КНД оптимального E-плоскостного рупора можно определить по формуле

$$D_{mE} = \frac{4\pi}{\lambda^2}S_p\nu_A = \frac{4\pi}{\lambda^2}b_p a \cdot 0{,}64. \qquad (2.55)$$

2.4. Пирамидальный рупор

Обычно пирамидальный рупор питается волноводом с волной H_{10}. Этот тип волны сохраняется и в рупоре. Однако в пирамидальном рупоре волна H_{10} отличается от волны H_{10} в волноводе. Во-первых, фронт волны (поверхность одинаковых фаз поля) в пирамидальном рупоре является сферой с центром в вершине рупора, если он остроконечный, либо несколько искаженной криволинейной поверхностью, близкой к сфере, в случае клинообразного рупора. Во-вторых, на больших расстояниях от вершины электромагнитное поле практически мало отличается от чисто поперечного поля, т.е. на больших расстояниях от вершины продольная (радиальная) составляющая векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$ очень мала и может быть принята равной нулю, сами же векторы могут считаться касательными к поверхности фронта волны [1].

Поле пирамидального рупора в плоскости H можно представить как поле H-плоскостного рупора в плоскости H, а в плоскости E – как поле E-плоскостного рупора в E-плоскости (рис. 2.19). Амплитуды поля в раскрыве рупора при малых углах раскрыва можно считать

меняющимися в зависимости от координат точек раскрыва по тем же законам, по которым меняется поле в поперечном сечении питающего волновода. Фазовое распределение в плоскостях E и H принимается таким же, как и у секториальных рупоров, – квадратичным.

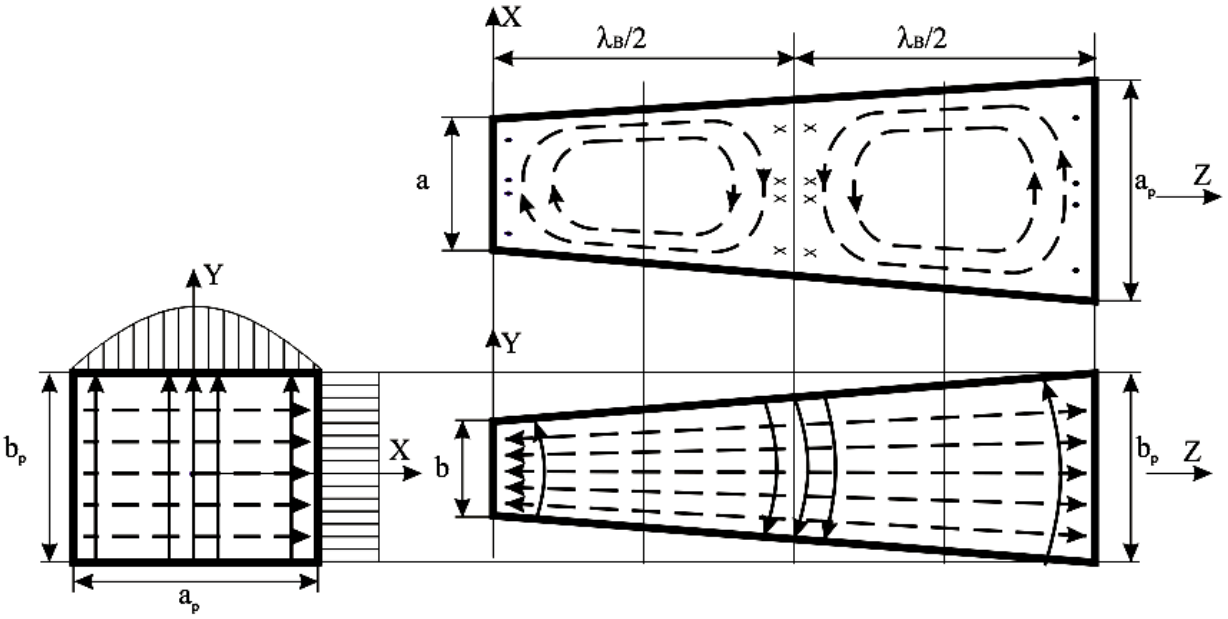


Рис. 2.19

Учитывая сказанное, расчет поля излучения можно проводить, пользуясь следующими выражениями для составляющих векторов поля в раскрыве пирамидального рупора:

$$\left.\begin{aligned} E_y &\approx E_0 \cos\left(\pi x / a_p\right) e^{-i\left(\frac{\pi x^2}{\lambda R_H}+\frac{\pi y^2}{\lambda R_E}\right)}; \\ H_x &= -E_y / 120\pi; \\ E_z &\approx E_x \approx 0; \\ H_z &\approx H_y \approx 0. \end{aligned}\right\} \quad (2.56)$$

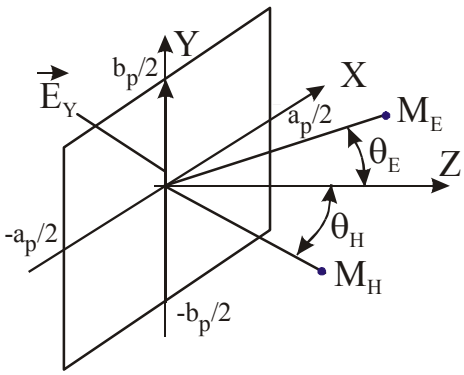


Рис. 2.20

Тогда напряженность поля, создаваемого раскрывом рупора в H-плоскости (точка M_H на рис. 2.20), будет такова:

$$E_H(\theta) = F_\Gamma(\theta) \int_{-a_p/2}^{a_p/2} \int_{-\frac{b_p}{2}}^{b_p/2} E_0 \cos\left(\frac{\pi x}{a_p}\right) e^{-i\left(\frac{\pi x^2}{\lambda R_H}+\frac{\pi y^2}{\lambda R_E}\right)} e^{ikx\sin\theta} dx dy =$$

$$= E_0 F_\Gamma(\theta) \int_{-b_p/2}^{b_p/2} e^{-i\frac{\pi y^2}{\lambda R_E}} dy \int_{-a_p/2}^{a_p/2} \cos\left(\frac{\pi x}{a_p}\right) e^{-i\frac{\pi x^2}{\lambda R_H}} e^{-ikx\sin\theta} dx =$$

$$= E_0 K_4 F_\Gamma(\theta) \int_{-a_p/2}^{a_p/2} \cos\left(\frac{\pi x}{a_p}\right) e^{-i\frac{\pi x^2}{\lambda R_H}} e^{ikx\sin\theta} dx . \quad (2.57)$$

Интеграл в (2.57) полностью совпадает с интегралом в (2.29), откуда следует вывод, что ДН пирамидального рупора в плоскости H будет такой же, как ДН H-плоскостного рупора в H-плоскости.

Напряженность поля рупора в E-плоскости (точка M_E на рис. 2.20) будет

$$E_E(\theta) = F_\Gamma(\theta) \int_{-b_p/2}^{b_p/2} \int_{-a_p/2}^{a_p/2} E_0 \cos(\frac{\pi x}{a_p}) e^{-i(\frac{\pi x^2}{\lambda R_H} + \frac{\pi y^2}{\lambda R_E})} e^{iky\sin\theta} dxdy =$$

$$= E_0 F_\Gamma(\theta) \int_{-a_p/2}^{a_p/2} \cos(\frac{\pi x}{a_p}) e^{-i\frac{\pi x^2}{\lambda R_H}} dx \int_{-b_p/2}^{b_p/2} e^{-i\frac{\pi y^2}{\lambda R_E}} e^{-iky\sin\theta} dy =$$

$$= E_0 K_5 F_\Gamma(\theta) \int_{-b_p/2}^{b_p/2} e^{-i\frac{\pi y^2}{\lambda R_H}} e^{iky\sin\theta} dy. \qquad (2.58)$$

Интеграл в (2.58) полностью совпадает с интегралом в (2.47), откуда следует вывод, что ДН пирамидального рупора в плоскости E будет такой же, как ДН E-плоскостного рупора в E-плоскости.

Вместо фазового центра раскрыв пирамидального рупора в общем случае будет иметь фазовое пятно, которое будет тем больше, чем большими будут фазовые отклонения на краях раскрыва рупора.

КНД пирамидального рупора определяется по формуле

$$D_{mp} = \frac{4\pi}{\lambda^2} \frac{\left| \int_{-a_p/2}^{a_p/2} \int_{-b_p/2}^{b_p/2} E_0 \cos(\frac{\pi x}{a_p}) e^{-i(\frac{\pi x^2}{\lambda R_H} + \frac{\pi y^2}{\lambda R_E})} dxdy \right|^2}{\int_{-a_p/2}^{a_p/2} \int_{-b_p/2}^{b_p/2} \left| E_0 \cos(\frac{\pi x}{a_p}) e^{-i(\frac{\pi x^2}{\lambda R_H} + \frac{\lambda y^2}{\lambda R_E})} \right|^2 dxdy}. \qquad (2.59)$$

Сравнение окончательных выражений для КНД H-плоскостного рупора (полученного из (2.31)), E-плоскостного рупора (полученного из (2.49)) и пирамидального рупора (полученного из (2.59)) позволяет установить связь [8]

$$D_{mp} = \frac{\pi}{32} (\frac{\lambda}{a_p} D_{mE})(\frac{\lambda}{b_p} D_{mH}). \qquad (2.60)$$

Используя формулу (2.60), можно рассчитать КНД пирамидального рупора с помощью графиков для КНД E- и H-плоскостного рупоров (см. рис. 2.11 и 2.18), так как величины, стоящие в круглых скобках (2.60), непосредственно отложены по осям ординат на указанных графиках.

Между размерами оптимального пирамидального рупора существует связь

$$R_{Hопт} = a^2_p / 3\lambda, R_{Eопт} = b^2_p / 2\lambda, \qquad (2.61)$$

откуда допустимые фазовые искажения в плоскостях H и E таковы:

$$(\psi_{mH})_{доп} = 3\pi/4; (\psi_{mE})_{доп} = \pi/2. \quad (2.62)$$

Полный КИП оптимального пирамидального рупора можно оценить как

$$\nu_A = \nu_{AH}\nu_{ФH}\nu_{AE}\nu_{ФE} = 0{,}51, \quad (2.63)$$

где $\nu_{AH} = 0{,}81$ – апертурный КИП, обусловленный косинусным амплитудным распределением в плоскости H;

$\nu_{ФH} = 0{,}79$ – КИП, обусловленный квадратичной фазовой ошибкой в плоскости H;

$\nu_{AE} = 1$ – апертурный КИП, обусловленный равноамплитудным распределением в плоскости E;

$\nu_{ФE} = 0{,}79$ – КИП, обусловленный квадратичной фазовой ошибкой в плоскости E.

Тогда КНД пирамидального рупора можно определить как

$$D_{mp} = \frac{4\pi}{\lambda^2} a_p b_p \cdot 0{,}51. \quad (2.64)$$

ДН оптимального пирамидального рупора в H-плоскости можно рассчитывать по формуле

$$F_H(\theta) = \frac{1+\cos\theta}{2} \frac{\cos(\frac{\pi a_p}{\lambda}\sin\theta)}{1-(\frac{2a_p}{\lambda}\sin\theta)}, \quad (2.65)$$

а ширину главного лепестка ДН в этой плоскости – по формуле

$$2\theta^o_{0,5H} \approx 80^o \lambda / a_p. \quad (2.66)$$

ДН оптимального пирамидального рупора в E-плоскости можно рассчитывать по формуле

$$F_E(\theta) = \frac{1+\cos\theta}{2} \frac{\sin(\frac{\pi b_p}{\lambda}\sin\theta)}{\frac{\pi b_p}{\lambda}\sin\theta}, \quad (2.67)$$

а ширину главного лепестка ДН в этой плоскости – по формуле

$$2\theta^o_{0,5E} \approx 53^o \lambda / b_p. \quad (2.68)$$

Для получения игольчатой ДН ($2\theta^o_{0,5H} = 2\theta^o_{0,5E}$) размеры раскрыва оптимального рупора ($R_E = R_{E\,опт}$, $R_H = R_{H\,опт}$) определяются из соотношения

$$80^o \lambda/a_p = 53^o \lambda/b_p$$

и составляют

$$a_p = 1{,}5 b_p. \quad (2.69)$$

Рупоры с синфазным раскрывом ($R_E >> R_{E\,опт}$, $R_H >> R_{H\,опт}$) для создания игольчатой ДН должны удовлетворять соотношению

$$68^o \lambda/a_p = 51^o \lambda/b_p,$$

т.е.

$$a_p = 1{,}34 b_p. \qquad (2.70)$$

Для иллюстрации свойств рупорных антенн на рис. 2.21 – 2.23 приведены качественные ДН пирамидальных рупоров с квадратными раскрывами, соответствующими длинам: $R_E > R_{E\,опт}$, $R_H > R_{H\,опт}$ ($\psi_{mE} < \pi/2$, $\psi_{mH} < 3\pi/4$) (см. рис. 2.21); $R_E = R_{E\,опт}$, $R_H = R_{H\,опт}$ ($\psi_{mE} = \pi/2$, $\psi_{mH} = 3\pi/4$) (см. рис. 2.22); $R_E < R_{E\,опт}$, $R_H < R_{H\,опт}$ ($\psi_{mE} > \pi/2$, $\psi_{mH} > 3\pi/4$) (см. рис. 2.23).

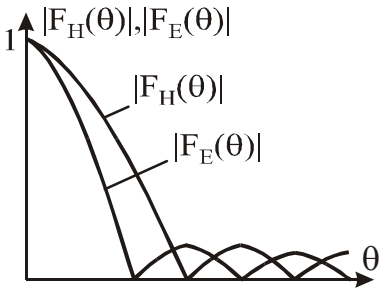


Рис. 2.21

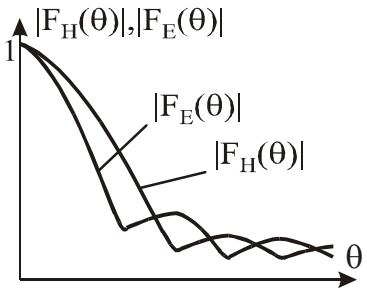


Рис. 2.22

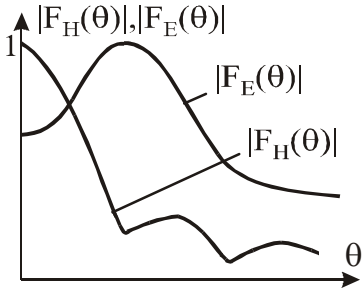


Рис. 2.23

2.5. Способы уменьшения длины рупора

Пусть на длине волны $\lambda = 3$ см с помощью оптимального пирамидального рупора необходимо создать игольчатую ДН с шириной главного лепестка $2\theta^o_{0,5H} = 2\theta^o_{0,5E} = 1^o$. Тогда в соответствии с (2.66) и (2.68) будем иметь

$$2\theta^o_{0,5H} = 80^o\,\lambda/a_p, \text{ откуда } a_p = 80^o\,\lambda/2\theta^o_{0,5H} = 2{,}4 \text{ м},$$
$$2\theta^o_{0,5E} = 53^o\,\lambda/b_p, \text{ откуда } b_p = 53^o\lambda/2\theta^o_{0,5E} = 1{,}6 \text{ м},$$

а в соответствии с (2.61) длина рупора такова:

$$R_{H\,опт} = a^2_p/3\lambda = 64 \text{ м}, \quad R_{E\,опт} = b^2_p/2\lambda = 43 \text{ м}.$$

Размеры раскрыва могут считаться приемлемыми, но длина рупора чрезмерно велика.

Существуют два пути решения этой проблемы. Первый заключается в применении многорупорной антенны. Этот метод состоит в том, что требующийся большой размер раскрыва однорупорной аненны разбивают на n малых рупоров. Тогда длина R' каждого рупора может быть уменьшена в n^2 раз по сравнению с длиной R однорупорной антенны.

Схема многорупорной антенны для $n = 4$ показана на рис. 2.24. Рупоры располагаются вдоль прямой линии и соединяются между собой так, чтобы длина пути волны от общего питающего волновода до раскрыва любого из рупоров была одинаковой. Этим достигается синфазность возбуждения рупоров.

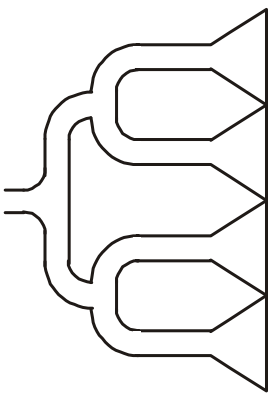


Рис. 2.24

Недостатками многорупорной антенны являются трудность обеспечения точности синфазного возбуждения всех рупоров, усложнение конструкции и потери на стыках и разветвлениях. По этим причинам пространственные решетки из рупоров применяются редко.

Другой путь уменьшения длины рупорной антенны состоит в применении устройств, корректирующих фазовые искажения в раскрыве рупора. Одни из них – геодезические – основаны на искусственном выравнивании длины пути, проходимого волной от вершины рупора до всех точек раскрыва. Геодезические методы обычно применяют для коррекции фаз в раскрывах секториальных рупоров. Однако чаще всего для уменьшения длины рупоров используют ускоряющие или замедляющие линзы, помещаемые непосредственно в раскрывах рупоров и выравнивающие фазовый фронт волны.

3. ЛИНЗОВЫЕ АНТЕННЫ

Линзовыми называются антенны, состоящие из радиопрозрачной линзы и облучателя, который располагается в ее фокусе. Основным назначением линзы является преобразование сферического или цилиндрического фронта волны, создаваемого облучателем, в плоский.

Линза представляет собой среду, в которой фазовая скорость распространения электромагнитных волн либо больше скорости света ($v_ф > c$), либо меньше ее ($v_ф < c$). В соответствии с этим линзы разделяются на ***ускоряющие*** ($v_ф > c$) и ***замедляющие*** ($v_ф < c$).

Учитывая, что коэффициент преломления среды $n = c/v_ф$, линзу можно рассматривать как радиопрозрачное тело, у которого $n \neq 1$. У замедляющей линзы $n > 1$, ускоряющая линза имеет $n < 1$.

В ускоряющих линзах (рис. 3.1) выравнивание фазового фронта волны происходит за счет того, что участки волновой поверхности часть своего пути проходят с повышенной $v_ф$. Эти участки различны для разных лучей. Чем сильнее луч отклонен от оси линзы, тем больший участок он проходит с повышенной $v_ф$ внутри линзы. Поэтому ***профиль*** ускоряющей линзы должен быть вогнутым.

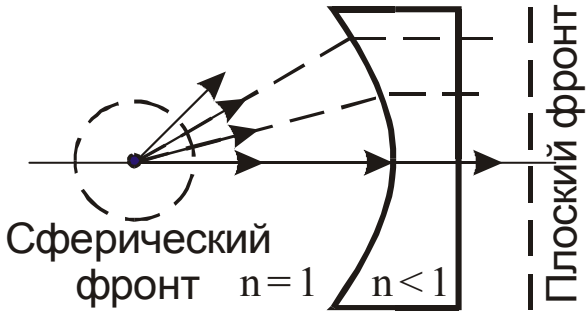


Рис. 3.1

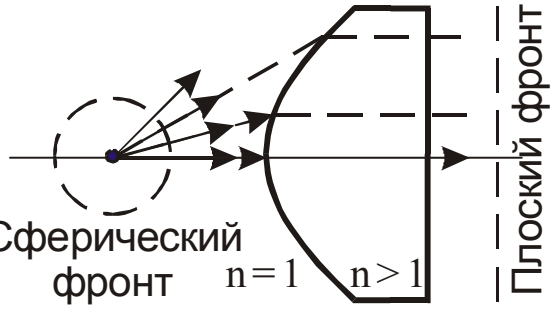


Рис. 3.2

В замедляющих линзах (рис. 3.2), наоборот, выравнивание фазового фронта происходит не за счет убыстрения движения периферийных участков волновой поверхности, а за счет замедления движения середины этой поверхности. Следовательно, ***профиль*** замедляющей линзы должен быть выпуклым [8].

3.1. Уравнения профилей линз

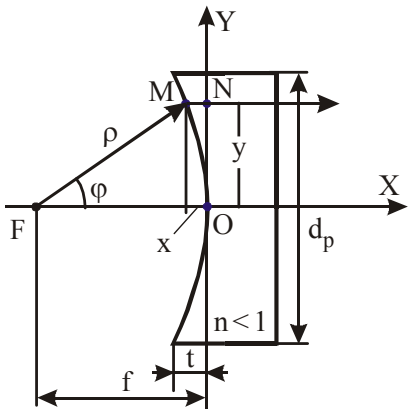


Рис. 3.3

Условием синфазности поля в раскрыве линз является равенство длины ***оптического пути*** для всех лучей, выходящих из фокуса и идущих до ее раскрыва.

Рассмотрим ускоряющую линзу ($v_ф > c$, $n < 1$), показанную на рис. 3.3. Облучатель будем полагать точечным, расположенным в фокусе линзы и излучающим сферическую волну. Тогда равенство $FO = FM + MN$ для оптических путей будет иметь вид

$$f = \rho + nx\,. \tag{3.1}$$

Из рис. 3.3 имеем

$$\rho = \sqrt{(f-x)^2 + y^2}\,,\ x = f - \rho\cos\varphi\,. \tag{3.2}$$

Подставляя ρ из (3.2) в (3.1), после несложных преобразований найдем

$$(1-n^2)x^2 - 2fx(1-n) + y^2 = 0\,, \tag{3.3}$$

а подставляя в (3.1) значение x из (3.2), получим

$$\rho = f\,\frac{1-n}{1-n\cos\varphi}\,. \tag{3.4}$$

Уравнения (3.3) и (3.4) являются уравнениями эллипса в прямоугольной и полярной системах координат соответственно. Следовательно, для преобразования сферического фронта волны в плоский освещенная поверхность ускоряющей линзы должна представлять собой поверхность ***эллипсоида вращения***.

Из (3.3) легко получить уравнение

$$x^2 - \frac{2fx}{1+n} + \frac{y^2}{1-n^2} = 0\,,$$

решением которого будет формула для расчета профиля ускоряющей линзы

$$x = \frac{f}{1+n} - \sqrt{\left(\frac{f}{1+n}\right)^2 - \frac{y^2}{1-n^2}}\,. \tag{3.5}$$

Для линзы с диаметром раскрыва d_p ($y = d_p/2$) из (3.5) получим значение ***толщины*** линзы ($x = t$):

$$t = \frac{f}{1+n} - \sqrt{\left(\frac{f}{1+n}\right)^2 - \frac{{d_P}^2}{4(1-n^2)}}\,. \tag{3.6}$$

В случае установки линзы непосредственно в раскрыве рупора в (3.6) следует положить в плоскости H $d_p = a_p$, а в плоскости E – $d_p = b_p$.

Рассмотрим теперь замедляющую линзу ($v_ф < c$, $n > 1$), показанную

на рис. 3.4. Тогда равенство $FM = FO + ON$ для оптических путей будет иметь вид

$$\rho = f + nx. \qquad (3.7)$$

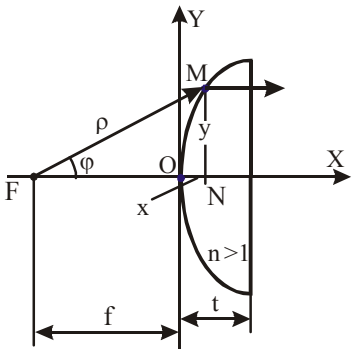


Рис. 3.4

Из рис. 3.4 имеем

$$\rho = \sqrt{(f - x)^2 + y^2}\ ,\ \ x = \rho\cos\varphi - f\,. \qquad (3.8)$$

Подставляя в (3.7) значение ρ из (3.8), после несложных преобразований найдем

$$(n^2 - 1)x^2 + 2fx(n - 1) - y^2 = 0\,, \qquad (3.9)$$

а подставляя в (3.7) значение x из (3.8), получим

$$\rho = f\,\frac{n - 1}{n\cos\varphi - 1}\,. \qquad (3.10)$$

Уравнения (3.9) и (3.10) являются уравнениями гиперболы в прямоугольной и полярной системах координат соответственно. Следовательно, для преобразования сферического фронта волны в плоский освещенная поверхность замедляющей линзы должна представлять собой поверхность ***гиперболоида вращения***.

Из (3.9) легко получить уравнение

$$x^2 + \frac{2fx}{n+1} - \frac{y^2}{n^2 - 1} = 0\,,$$

решением которого будет формула для расчета профиля замедляющей линзы

$$x = -\frac{f}{n+1} + \sqrt{\left(\frac{f}{n+1}\right)^2 + \frac{y^2}{n^2 - 1}}\,. \qquad (3.11)$$

Для линзы с диаметром раскрыва d_p ($y = d_p/2$) из (3.11) получим значение толщины линзы ($x = t$):

$$t = -\frac{f}{n+1} + \sqrt{\left(\frac{f}{n+1}\right)^2 + \frac{{d_P}^2}{4(n^2 - 1)}}\,. \qquad (3.12)$$

В случае установки линзы непосредственно в раскрыве рупора в (3.12) следует положить в плоскости H $d_p = a_p$, а в плоскости E – $d_p = b_p$.

3.2. Металлопластинчатые ускоряющие линзы

Если на пути электромагнитной волны поставить параллельно вектору $\vec{E}$ систему металлических пластин, отстоящих друг от друга на расстоянии $a > \lambda/2$, то фазовая скорость распространяющейся между пластинами волны так же, как для волновода, определится выражением

$$v_\Phi = \frac{c}{\sqrt{1 - (\lambda/2a)^2}} > c\,,$$

а коэффициент преломления такой среды – выражением

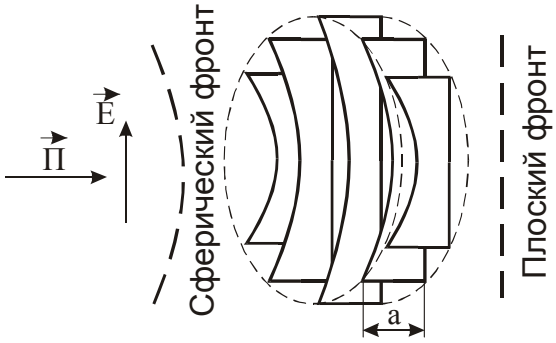


Рис. 3.5

$$n = \frac{c}{v_Ф} = \sqrt{1-(\lambda/2a)^2} < 1. \quad (3.13)$$

При постоянном расстоянии между пластинами и постоянной ширине пластин эта среда будет ускоряющей, но еще не будет линзой. Если же со стороны, обращенной к набегающей волне, пластинам придать эллиптический профиль (рис. 3.5), то такая система уже будет ускоряющей линзой, трансформирующей волну в плоскости E.

В общем случае, когда требуется трансформировать сферическую волну в плоскую как в плоскости E, так и в плоскости H, профиль линзы должен иметь форму части поверхности эллипсоида вращения (рис. 3.6).

Изменяя расстояние между пластинами a, можно в широких пределах изменять величину коэффициента преломления n. Пределами изменений могут быть: $\lambda/2 < a < \infty$, $0 < n < 1$. Однако во избежание появления волн высших типов величина a не должна превышать λ. Таким образом,

$$\lambda/2 < a < \lambda, \quad 0 < n < 0{,}866. \quad (3.14)$$

Линза с разными расстояниями между пластинами, предназначенная для спрямления фронта волны в раскрыве H-плоскостного рупора, показана на рис. 3.7. Такая линза называется линзой с переменным коэффициентом преломления. У ее краев пластины расположены гуще, в середине – реже ($a_1 > a_2 > a_3$). Вследствие этого фазовая скорость к краям линзы будет возрастать ($v_{ф3} > v_{ф2} > v_{ф1}$), компенсируя тем самым отставание фазы у краев плоского раскрыва рупора.

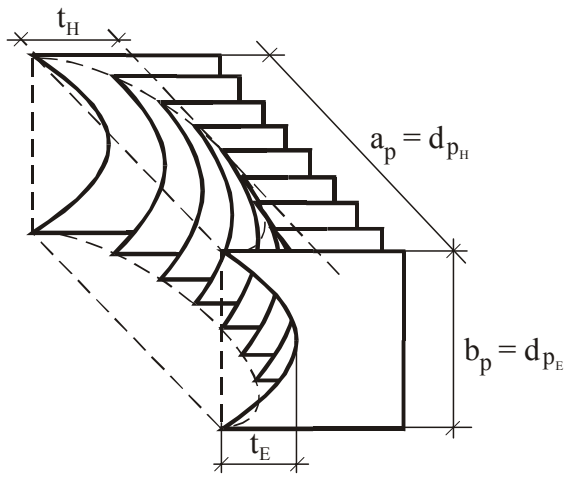


Рис. 3.6

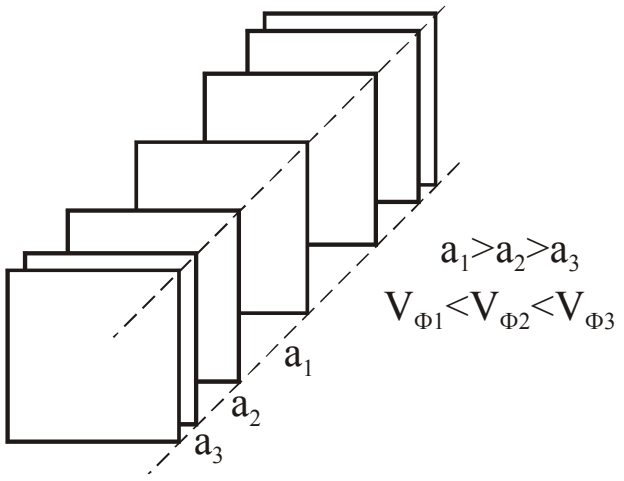


Рис. 3.7

Рассмотрим соображения, по которым выбираются габариты ускоряющей металлопластинчатой линзы (рис. 3.8).

Подставим в уравнение (3.3) значения $x = t$ и $y = d_p/2$:

$$\left(1-n^2\right)t^2-2ft(1-n)+\frac{d_P^2}{4}=0$$

и решим его относительно f/d_p. В результате получим

$$\frac{f}{d_P}=\frac{1+n}{2}\frac{t}{d_P}+\frac{1}{8(1-n)}\frac{d_P}{t}. \qquad (3.15)$$

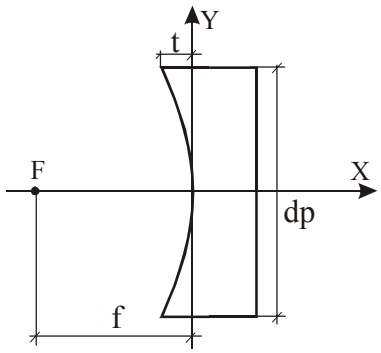


Рис. 3.8

Относительное фокусное расстояние f/d_p носит название ***фокального числа***. Из (3.15) видно, что f/d_p состоит из двух слагаемых, одно из которых прямо пропорционально относительной толщине t/d_p, а другое – обратно пропорционально. На рис. 3.9 показана зависимость фокального числа от относительной толщины для различных значений n ($n_3 > n_2 > n_1$). Из рис. 3.9 следует:

1. При $(t/d_P) > (t/d_P)_1, (t/d_P)_2, (t/d_P)_3$ с увеличением толщины линзы увеличивается и фокальное число: $(t/d_P)\uparrow \rightarrow (f/d_P)\uparrow$.

2. При $(t/d_P) < (t/d_P)_1, (t/d_P)_2, (t/d_P)_3$ с уменьшением толщины линзы фокальное число увеличивается: $(t/d_P)\downarrow \rightarrow (f/d_P)\uparrow$.

3. Для каждого значения n существует такое минимальное значение фокусного расстояния, меньше которого оно взято быть не может ни при какой толщине линзы.

4. Чем меньше n, тем тоньше может быть линза и тем меньшее фокусное расстояние она будет иметь. С точки зрения уменьшения габаритов следует брать как можно меньшее n. Но, если n будет сильно отличаться от 1, возникнут заметные отражения от освещенной и теневой поверхностей линзы. Поэтому на практике ограничиваются величиной $n = 0{,}5\ldots0{,}7$, что соответствует $f/d_p = 0{,}9\ldots1{,}3$. Обычно фокусное расстояние принимают равным ширине раскрыва линзы: $f = d_p$, а в случае рупорно-линзовых антенн $f = d_p = a_p$, где a_p – больший размер раскрыва рупора [2].

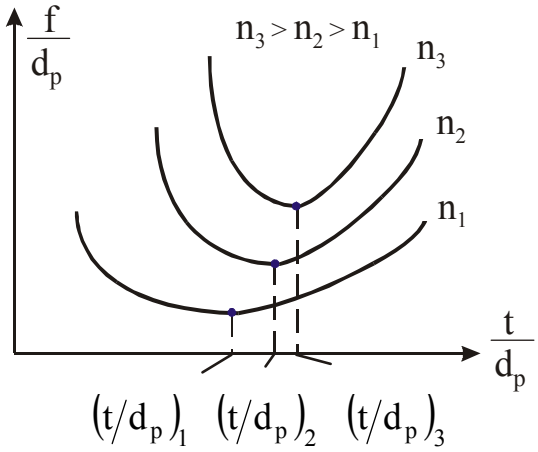


Рис. 3.9

В тех случаях, когда таких мер недостаточно и толщина линзы оказывается неудовлетворительной, применяется метод ступеней (***зонирование***), при котором толщина линзы понижается ступеньками.

Глубина ступеней выбирается такой, чтобы скачок фазы за счет сокращения пути луча в линзе от каждой ступеньки получался равным 2π, что эквивалентно разнице в длине оптического пути в одну длину волны. В этом случае синфазность поля в раскрыве линзы не нарушится. Поэтому уравнение профиля зонированной линзы находится из условия равенства длин оптического пути лучей, идущих от фокуса к раскрыву линзы, или отличия этих длин на целое число длин волн:

$$f = \sqrt{(f - x)^2 + y^2} \; + nx - m\lambda, \qquad (3.16)$$

где $m = 0, 1, 2, \ldots$

После преобразований уравнение (3.16) примет вид

$$(1 - n^2)\left(x - \frac{m\lambda}{1-n}\right)^2 - 2\left(f - \frac{m\lambda}{1-n}\right)\left(x - \frac{m\lambda}{1-n}\right)(1-n) + y^2 = 0. \qquad (3.17)$$

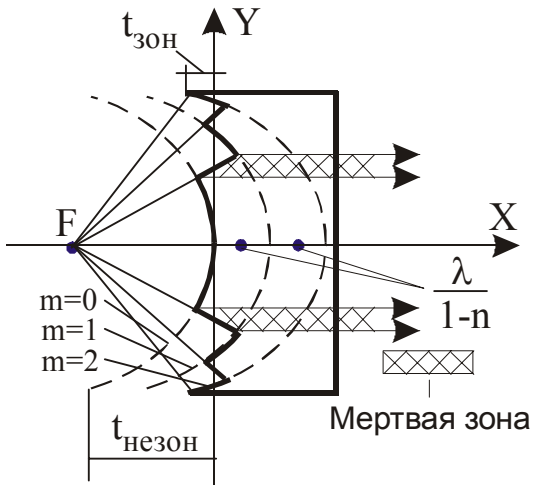


Рис. 3.10

Из уравнения (3.17) видно, что при $m = 0$ оно переходит в уравнение (3.3) для гладкой линзы. При $m = 1,2,3,\ldots$ получаются также уравнения эллипсов, но кривые будут смещены друг относительно друга по оси x на отрезок $\lambda/(1 - n)$ дальше от облучателя (рис. 3.10).

Зонирование можно проводить в тех случаях, когда толщина гладкой линзы $t_{гл} \geq 2\lambda$ [9].

Метод ступеней приводит к появлению необлучаемых вблизи ступенек частей поверхности линзы (см. рис. 3.10). Необлучаемые области называют вредными (мертвыми) зонами, так как они снижают КИП раскрыва линзы, т.е. уменьшают ее действующую площадь и вызывают увеличение уровня боковых лепестков (УБЛ).

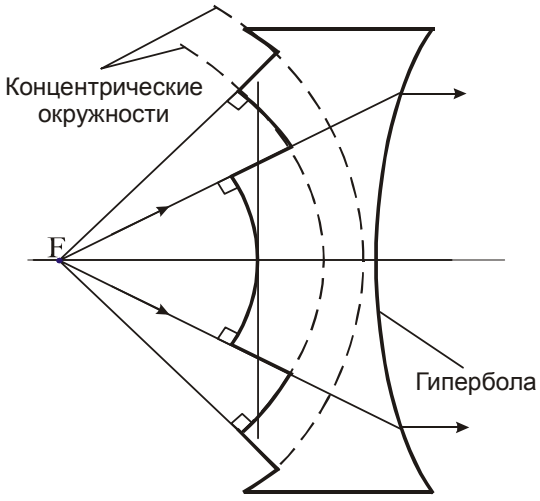


Рис. 3.11

Однако можно сделать зонированную линзу без вредных зон, если освещенную поверхность образовать концентрическими сферами с центром в фокусе линзы (рис. 3.11). Радиусы сфер отличаются друг от друга на величину $\lambda/(1 - n)$. Лучи от облучателя будут падать на поверхность линзы нормально и, следовательно, преломляться не будут. По выходе из линзы лучи должны преломиться так, чтобы стать параллельными оси линзы. Но в данном случае они будут выходить из среды оптически менее плотной ($n < 1$) и входить в среду оптически более плотную ($n = 1$). Следовательно, форма поверхности раскрыва линзы должна быть гиперболической.

3.3. Полоса пропускания металлопластинчатых линз

Металлопластинчатые линзы являются принципиально узкополосными устройствами, так как при отклонении длины волны от расчетной коэффициент преломления (3.13) изменяется по квадратичному закону

$$n^2 + (\lambda/2a)^2 = 1, \qquad (3.18)$$

что приводит к наличию в раскрыве линзы фазовых искажений.

Полосу пропускания будем определять с точки зрения допустимых фазовых искажений. Чаще всего линзы используют в совокупности с рупорными антеннами, а допустимые фазовые искажения в раскрывах пирамидальных рупоров в плоскостях E и H таковы:

$$(\psi_{mE})_{ДОП} = \frac{\pi}{2}; \ (\psi_{mH})_{ДОП} = \frac{3\pi}{4}.$$

Будем ориентироваться на более жесткие требования и полагать

$$(\psi_m)_{ДОП} = (\psi_{mE})_{ДОП} = \frac{\pi}{2}.$$

Для гладкой линзы на расчетной длине волны λ_0 равенство оптических путей обеспечивается соотношением

$$f = \sqrt{(f - x)^2 + y^2} \ + n_0 x. \qquad (3.19)$$

На длине волны $\lambda_0 + \Delta\lambda$ коэффициент преломления равен

$$n_0 x + \frac{\partial n}{\partial \lambda}\Delta\lambda x$$

и

$$f = \sqrt{(f - x)^2 + y^2} + n_0 x + \frac{\partial n}{\partial \lambda}\Delta\lambda x. \qquad (3.20)$$

Длина оптического пути f в выражениях (3.19) и (3.20) при изменении λ остается неизменной, так как луч весь путь проходит в воздухе. Тогда, вычитая (3.20) из (3.19), найдем, что на волне $\lambda_0 + \Delta\lambda$ разность между длинами оптических осевого и периферийного лучей такова:

$$\Delta\ell = -\frac{\partial n}{\partial \lambda}\Delta\lambda x. \qquad (3.21)$$

На краю линзы (при x = t) имеем

$$\Delta\ell_{max} = -\frac{\partial n}{\partial \lambda}\Delta\lambda t,$$

тогда

$$\psi_m = \frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta\ell_{max} = -2\pi\frac{\partial n}{\partial \lambda}\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}t = \frac{\pi}{2},$$

откуда

$$2\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = -\frac{1}{2\frac{\partial n}{\partial \lambda}t}. \qquad (3.22)$$

Значение производной $\partial n/\partial\lambda$ определяем из (3.13):

$$\frac{\partial n}{\partial \lambda} = \frac{-\lambda/(2a)^2}{n}\frac{\lambda}{\lambda} = \frac{-(\lambda/2a)^2}{n\lambda} = \frac{n^2 - 1}{n\lambda}. \qquad (3.23)$$

Подставляя (3.23) в (3.22), найдем

$$2\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}=\frac{n_0\lambda_0}{2\left(1-n_0^2\right)\ t},$$

тогда относительная полоса пропускания будет

$$N=2\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}100\%=\frac{n_0\lambda_0}{\left(1-n_0^2\right)\ t}50\%. \qquad (3.24)$$

Для зонированной линзы на расчетной длине волны λ_0 равенство длин оптических путей имеет вид

$$f=\sqrt{(f-x)^2+y^2}\ +n_0x-m\lambda,$$

а на длине волны $\lambda_0+\Delta\lambda$ –

$$f=\sqrt{(f-x)^2+y^2}+n_0x+\frac{\partial n}{\partial\lambda}\Delta\lambda x-m\lambda_0-m\Delta\lambda.$$

Тогда разность хода лучей

$$\Delta\ell=-\frac{\partial n}{\partial\lambda}\Delta\lambda x+m\Delta\lambda$$

при $x=t$ будет максимальной:

$$\Delta\ell_{max}=-\frac{\partial n}{\partial\lambda}\Delta\lambda t+m\Delta\lambda,$$

которой соответствует максимальный фазовый сдвиг

$$\psi_m=\frac{2\pi}{\lambda_0}\Delta\ell_{max}=\frac{2\pi}{\lambda_0}\left(-\frac{\partial n}{\partial\lambda}\Delta\lambda t+m\Delta\lambda\right)=\frac{\pi}{2}. \qquad (3.25)$$

Отсюда, подставляя $\partial n/\partial\lambda$ из (3.23), найдем

$$N=2\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}100\%=\frac{50\%}{\frac{\left(1-n_0^2\right)\ t}{n_0\lambda_0}+m} \qquad (3.26)$$

или, полагая $t\approx\lambda_0/(1-n_0)$,

$$N\approx\frac{50\%}{\frac{1+n_0}{n_0}+m}. \qquad (3.27)$$

Рис. 3.12

Зависимости N от толщины гладкой линзы t/λ и от количества ступенек m зонированной линзы, построенные по (3.24) и (3.27) для $n_0=0{,}5$, приведены на рис. 3.12.

Из (3.24) видно, что полоса пропускания линзы обратно пропорциональна ее толщине. Это объ-

ясняется тем, что чем больше толщина линзы, тем больший путь луч проходит в диспергирующей среде и тем сильнее влияет изменение длины волны на несинфазность поля в раскрыве.

По этой причине зонирование металлопластинчатой линзы расширяет ее полосу пропускания, так как, хотя зонирование само по себе придает линзе частотно-зависимые свойства (3.27), заметное уменьшение толщины линзы, которым оно сопровождается, приводит в итоге к расширению полосы пропускания (см. рис. 3.12) [10].

3.4. Поле в раскрыве и поле излучения ускоряющей линзы

Поле излучения определяется по известному АФР в раскрыве антенны. При эллиптическом профиле ускоряющей линзы и ненаправленном облучателе поле в раскрыве получается синфазным. Для определения закона амплитудного распределения рассмотрим рис. 3.13, а. На нем показаны два пучка лучей, ограниченных одинаковыми секторами ($\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2$). При ненаправленном облучателе в одинаковых секторах $\Delta\varphi$ будет распространяться одинаковое количество электромагнитной энергии ($\Pi_1 = \Pi_2$). После преломления на освещенной поверхности линзы эта энергия будет распределяться в пучках Δy разного сечения. Из рисунка видно, что $\Delta y_2 < \Delta y_1$, следовательно, плотность потока энергии будет повышаться к краям линзы с увеличением угла φ ($\Pi_2 > \Pi_1$). Таким образом, плотность потока энергии будет изменяться обратно пропорционально изменению $\Delta y/\Delta\varphi$, а значит, и $\partial y/\partial\varphi$.

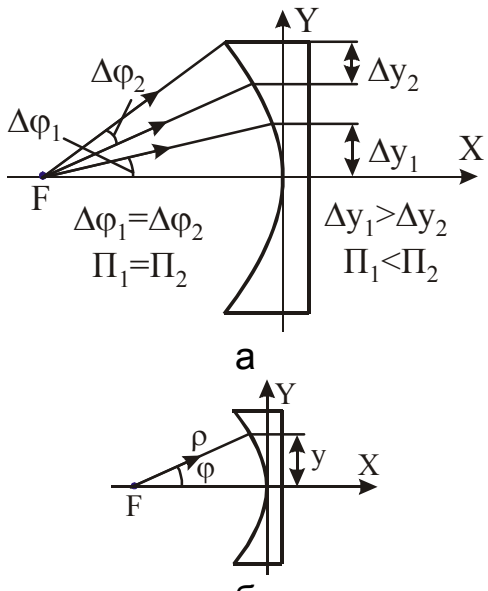


Рис. 3.13

Из рис. 3.13, б видно, что $y = \rho \sin\varphi$ или с учетом (3.4)

$$y = \frac{f(1-n)\sin\varphi}{1-n\cos\varphi} = k_1 \frac{\sin\varphi}{1-n\cos\varphi}, \qquad (3.28)$$

где $k_1 = f(1-n)$.

Из (3.28) легко находим

$$\frac{dy}{d\varphi} = k_1 \frac{\cos\varphi - n\cos^2\varphi - n\sin^2\varphi}{(1-n\cos\varphi)^2} = k_1 \frac{\cos\varphi - n}{(1-n\cos\varphi)^2},$$

тогда

$$\Pi = \frac{d\varphi}{dy} = k_2 \frac{(1-n\cos\varphi)^2}{\cos\varphi - n} = \frac{E_1^2(\varphi)}{120\pi},$$

и амплитуда поля в раскрыве будет

$$E_1(\varphi) = k_3 \frac{1 - n\cos\varphi}{\sqrt{\cos\varphi - n}},$$

где $k_3 = \sqrt{120\pi k_2} = \sqrt{120\pi / k_1}$, или

$$\frac{E_1(\varphi)}{E_0} = \frac{1 - n\cos\varphi}{\sqrt{\cos\varphi - n}}, \qquad (3.29)$$

где $E_0 = k_3 \frac{1-n}{\sqrt{1-n}}$ – амплитуда поля в центре раскрыва линзы.

С учетом направленных свойств облучателя распределение амплитуд поля в раскрыве будет иметь вид

$$E(\varphi) = k_3 \frac{1 - n\cos\varphi}{\sqrt{\cos\varphi - n}} F_{ОБЛ}(\varphi),$$

или

$$\frac{E(\varphi)}{E_0} = \frac{1 - n\cos\varphi}{\sqrt{\cos\varphi - n}} F_{ОБЛ}(\varphi), \qquad (3.30)$$

где $F_{обл}(\varphi)$ – ДН облучателя.

Обычно амплитудные распределения (3.29), (3.30) аппроксимируют квадратичной функцией

$$|A(y)| = 1 - (1 - T)(2y/d_P)^2, \qquad (3.31)$$

где T – пьедестал.

На рис. 3.14 показаны зависимости $E_1(\varphi)/E_0$, построенные по формуле (3.29) для различных значений n. Как видно из этого рисунка, в случае ненаправленного облучателя напряженность поля к краям линзы существенно возрастает: при $n = 0{,}5$ $T_1 = 2$, при $n = 0{,}6$ $T_2 \approx 2{,}5$, при $n = 0{,}7$ $T_3 = 3{,}5$.

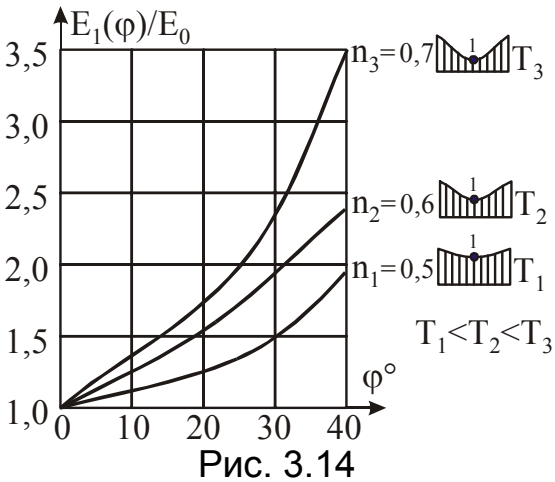


Рис. 3.14

В действительности облучатели всегда имеют направленные свойства с ДН $F_{обл}(\varphi)$, убывающей с возрастанием φ. ДН облучателя обычно подбирается так, чтобы ослабление облучающего поля на краях линзы составляло 10 дБ. Это соответствует значению ДН облучателя $F_{обл}(\varphi_0) = 0{,}316$, где

$$\varphi_0 = \operatorname{arctg}\frac{d_p}{2(f - t)} \qquad (3.32)$$

составляет половину угла раскрыва линзы.

Принимая в первом приближении

$$F_{ОБЛ}(\varphi) = \frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\varphi\right)}{\frac{\pi a}{\lambda}\sin\varphi}, \qquad (3.33)$$

где a – размер раскрыва облучателя, по формуле (3.30) рассчитаем зависимости $E(\varphi)/E_0$ для разных значений n при $\varphi_0 = 40^\circ$ (рис. 3.15). Из рис. 3.15 видно, что под влиянием ДН облучателя амплитуды поля в раскрыве линзы сильно изменяются. Например, кривая, соответствующая $n = 0{,}7$, почти не отклоняется от значения, равного единице, т.е. поле в раскрыве практически равноамплитудное ($T_3 \approx 1$). При уменьшении n поле спадает к краям раскрыва: при $n = 0{,}6$ $T_2 \approx 0{,}65$, а при $n = 0{,}5$ $T_1 \approx 0{,}5$.

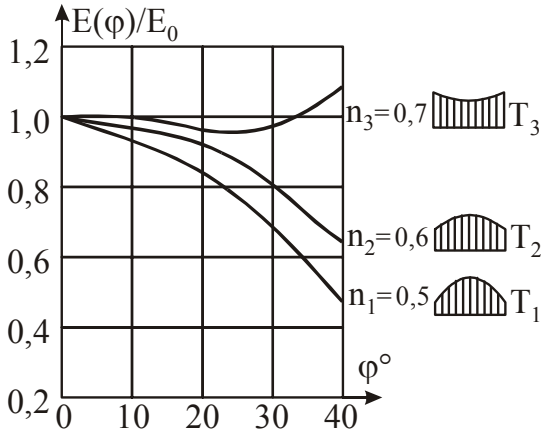


Рис. 3.15

ДН линзовых антенн может быть определена, как для синфазного раскрыва с квадратичным амплитудным распределением (3.31) по формуле

$$F(\eta) = \frac{3}{2+T}\left\{\frac{\sin\eta}{\eta} + (1-T)\frac{(2-\eta^2)\sin\eta - 2\eta\cos\eta}{\eta^3}\right\}\frac{1+\cos\theta}{2}, \qquad (3.34)$$

где $\eta = (\pi d_p/\lambda)\sin\theta$.

Если линза устанавливается непосредственно в раскрыве рупора, то в выражении (3.34) в плоскости H следует полагать $\eta = (\pi a_p/\lambda)\sin\theta$, $T = T_H = 0$ (рис. 3.16), в плоскости E – $\eta = (\pi b_p/\lambda)\sin\theta$, а пьедестал $T = T_E$ определять из выражения

$$T_E = \frac{1-n\cos\varphi_{0E}}{\sqrt{\cos\varphi_{0E}-n}}\frac{1+\cos\varphi_{0E}}{2}\frac{\sin\left(\frac{\pi b_p}{\lambda}\sin\varphi_{0E}\right)}{\frac{\pi b_p}{\lambda}\sin\varphi_{0E}}, \qquad (3.35)$$

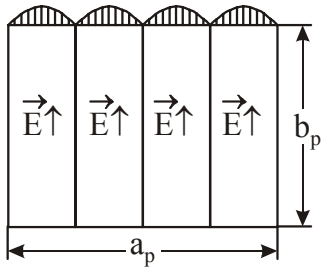


Рис. 3.16

где

$$\varphi_{0E} = \operatorname{arctg}\frac{b_p}{2(f-t_E)} \qquad (3.36)$$

– половина угла раскрыва линзы в плоскости E;

t_E – толщина линзы в плоскости E.

Для линзы с вынесенным рупорным облучателем в формуле (3.34) следует положить в плоскости E $\eta = (\pi d_{pE}/\lambda)\sin\theta$, $T = T_E = 0{,}316$, в плоскости H – $\eta = (\pi d_{pH}/\lambda)\sin\theta$, $T = T_H = 0{,}316$, где d_{pE} и d_{pH} – размеры раскрыва линзы в плоскостях E и H, а размеры раскрыва облучателя a_p (плоскость H) и b_p (плоскость E) определять из условий

$$\frac{1-n\cos\varphi_{0H}}{\sqrt{\cos\varphi_{0H}-n}}\frac{1+\cos\varphi_{0H}}{2}\frac{\cos\left(\frac{\pi a_p}{\lambda}\sin\varphi_{0H}\right)}{1-\left(\frac{2a_p}{\lambda}\sin\varphi_{0H}\right)^2} = 0{,}316, \qquad (3.37)$$

$$\frac{1-n\cos\varphi_{0E}}{\sqrt{\cos\varphi_{0E}-n}}\,\frac{1+\cos\varphi_{0E}}{2}\,\frac{\sin\left(\frac{\pi b_p}{\lambda}\sin\varphi_{0E}\right)}{\frac{\pi b_p}{\lambda}\sin\varphi_{0E}}=0{,}316\,, \qquad (3.38)$$

где

$$\varphi_{0H}=\operatorname{arctg}\frac{d_{PH}}{2(f-t_H)} \qquad (3.39)$$

– половина угла раскрыва линзы в плоскости H;

t_H – толщина линзы в плоскости H.

3.5. Металлодиэлектрические замедляющие линзы

В обычном диэлектрике под влиянием электрического поля происходит смещение орбит электронов молекул, в результате чего каждая молекула ***поляризуется*** – становится электрическим диполем с моментом, противоположным прикладываемому полю и пропорциональной ему величиной (рис. 3.17). В результате взаимодействия полей $\vec{E}_{поляр}$, создаваемых диполями, с приложенным полем $\vec{E}$ результирующая напряженность поля $\vec{E}_{рез}$ уменьшается. Поскольку вектор электрического смещения $\vec{D}=\varepsilon\vec{E}$ остается неизменным, то снижение $\vec{E}_{рез}$ свидетельствует о том, что относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика больше единицы [8].

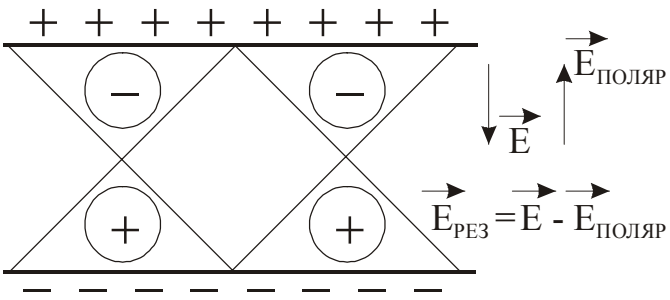


Рис. 3.17

Если теперь в электрическое поле поместить систему небольших металлических частиц, изолированных друг от друга воздушными промежутками, то свободные электроны в этих частицах сместятся в направлении электрических силовых линий, что также приведет к образованию электрических диполей. Моменты диполей будут иметь направление, противоположное линиям вектора $\vec{E}$, подобно моментам молекул диэлектрика. Таким образом, система металлических частиц будет эквивалентна диэлектрику с $\varepsilon>1$. В таком искусственном диэлектрике роль поляризующихся молекул играют металлические частицы. Необходимо только, чтобы линейные размеры частиц, параллельные вектору $\vec{E}$, были малы по сравнению с рабочей длиной волны. Изготовленные из такого материала линзы называют ***металлодиэлектрическими*** (рис. 3.18).

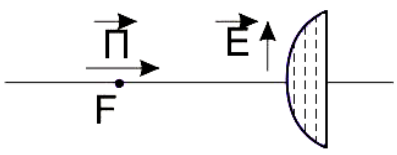


Рис. 3.18

На практике металлические частицы разделяют пенистым полистиролом с плотностью $\rho = (0{,}03\ldots0{,}1)$ г/см^3, диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 1{,}03\ldots1{,}1$ и тангенсом угла диэлектрических потерь $\mathrm{tg}\delta = (1\ldots2)\cdot10^{-3}$. Применяются, главным образом, дисковые и ленточные линзы. Первые – для излучения и приема волн как с линейной, так и с вращающейся поляризацией, вторые – только для волн с линейной поляризацией, причем вектор $\vec{E}$ должен быть нормален широкой стороне ленты.

Коэффициент преломления n металлодиэлектрических линз зависит от размеров и формы металлических частиц, а также от их количества в единице объема [1,2,5]. Величина n выбирается из тех же соображений, что и в случае металлических линз. С одной стороны, n не должен быть очень велик, чтобы не вызывать больших отражений от поверхности линзы, с другой – не должен быть очень мал, чтобы толщина линзы не оказалась чрезмерно большой. Обычно $n = 1{,}4\ldots1{,}6$ [8].

Коэффициент преломления линз из обычного диэлектрика практически не меняется во всем диапазоне СВЧ. У металлодиэлектрических линз в связи с тем, что размеры частиц соизмеримы с длиной волны λ, коэффициент преломления зависит от частоты. Аналитически эта зависимость может быть представлена формулой [1]

$$n = \sqrt{1 + \frac{k'}{1 - \left(\frac{2\ell_E}{\lambda}\right)^2}}, \qquad (3.40)$$

где k' – некоторый безразмерный коэффициент;

ℓ_E – линейный размер частицы, параллельный вектору $\vec{E}$.

Предположим, что при $\ell_E << 1$ $n = 1{,}5$. Тогда согласно (3.41) $k' = 1{,}25$. Подставив в (3.40) это значение k' и $\ell_E = \lambda/4$ или $\ell_E = \lambda/8$, получим $n = 1{,}63$ или $n = 1{,}53$ соответственно. Следовательно, при $n = 1{,}5$ можно получить линзу, у которой коэффициент преломления остается постоянным с точностью до 9% для всех частот, для которых $\ell_E < \lambda_{min}/4$, или с точностью до 2% для всех частот, для которых $\ell_E < \lambda_{min}/8$, где λ_{min} – минимальная длина волны диапазона. Очевидно, что подбором размеров частиц принципиально возможно получить металлодиэлектрическую линзу с любым другим n для любого диапазона частот [1].

Зависимость $n = f(\ell_E/\lambda)$ для $n_0 = 1{,}5$ показана на рис. 3.19. На частотах, существенно меньших резонансной, коэффициент преломления практически не зависит от частоты, поэтому гладкую металлодиэлектрическую линзу с $\ell_E \le \lambda/8$ можно считать диапазонной.

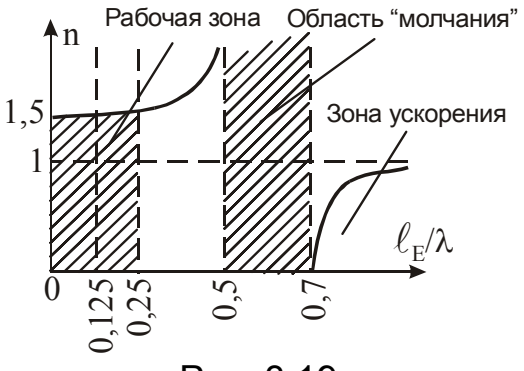


Рис. 3.19

При необходимости уменьшения габаритов металлодиэлектрических линз

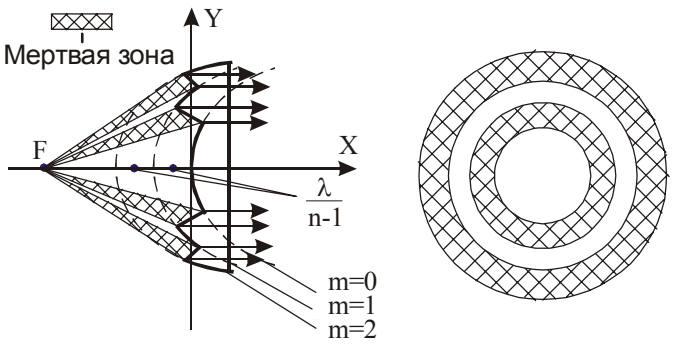
их зонируют. Уравнение профиля зонированной линзы определяется на основе формулы (3.8):

$$f + nx - m\lambda = \sqrt{(f + x)^2 + y^2}\,, \qquad (3.41)$$

где $m = 0, 1, 2,\ldots$ – количество зон (ступенек).

Из (3.41) получим уравнения семейства гипербол

$$(n^2 - 1)\left(x + \frac{m\lambda}{n-1}\right)^2 + 2\left(f - \frac{m\lambda}{n-1}\right)\left(x + \frac{m\lambda}{n-1}\right)(n-1) - y^2 = 0\,, \qquad (3.42)$$



а б

Рис. 3.20

смещенных в сторону $x > 0$ друг относительно друга на расстояние $t = \lambda/(n-1)$ (рис. 3.20, а).

Зонирование линзы при большой экономии массы и стоимости превращает такую линзу в узкополосную. Относительная полоса пропускания зонированной линзы при допустимых фазовых искажениях $\psi_m \le \pi/2$ такова:

$$N = \frac{50}{m-1}\,\%\,. \qquad (3.43)$$

Метод ступеней приводит к появлению вредных (мертвых) зон – необлучаемых участков. В результате раскрыв линзы будет представлять собой набор облучаемых и необлучаемых колец (рис. 3.20, б), что приводит к уменьшению действующей площади раскрыва, расширению главного лепестка ДН и увеличению УБЛ.

При острой необходимости можно сделать зонированную линзу без вредных зон, если освещенную поверхность образовать концентрическими сферами с центром в фокусе линзы (рис. 3.21).

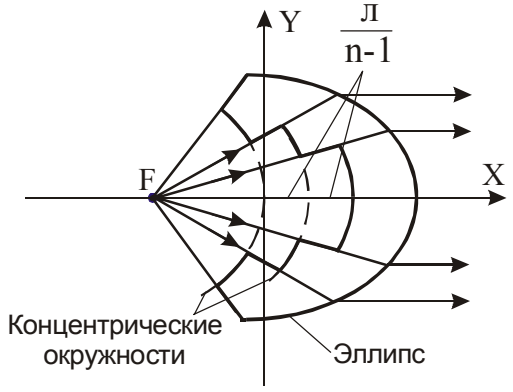
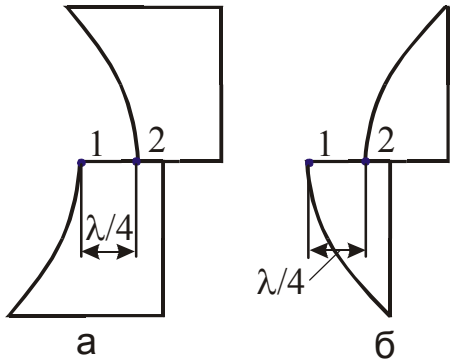


Рис. 3.21



а б

Рис. 3.22

Радиусы сфер отличаются друг от друга на величину $\lambda/(n-1)$. Лучи будут падать на поверхность линзы нормально и, следовательно, преломляться не будут. По выходе из линзы лучи должны преломиться так, чтобы стать параллельными оси линзы. В данном случае они

будут выходить из среды более плотной ($n > 1$) и входить в среду менее плотную ($n = 1$). Поэтому форма поверхности раскыва линзы должна быть эллиптической.

В линзовых антеннах большое значение имеют отражения от освещенной (облучаемой) и теневой поверхностей. Но если энергия, отраженная от облучаемой поверхности, в значительной мере рассеивается и в облучатель попадает только небольшая ее доля от центральной части линзы, то энергия, отраженная от теневой поверхности (раскрыва), распространяется по тем же путям, что и падающая, и поэтому собирается в облучателе [2].

Одним из способов устранения реакции линзы на облучатель является смещение вдоль фокальной оси одной половины линзы по отношению к другой на расстояние $\lambda/4$, причем этот способ используют как в случае ускоряющих (рис. 3.22, а), так и в случае замедляющих (рис. 3.22, б) линз. При таком смещении радиоволны, отраженные от точек 1 и 2, имеют сдвиг по фазе, примерно равный π, так как разность хода этих волн примерно равна $\lambda/2$ за счет двойного прохождения отрезка пути длиной $\lambda/4$:

$$\psi\Big|_{\text{В точке 1}} = \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{4}\Big|_{\text{От точки 1 к точке 2}} + \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{4}\Big|_{\text{От точки 2 к точке 1}} = \pi,$$

и происходит почти полная компенсация отраженных радиоволн.

Устранение отраженной волны от раскрывов диэлектрической и металлодиэлектрической линз можно осуществить способом "просветления". Этот способ основан на использовании однослойных или многослойных диэлектриков со снижением к пространству излучения коэффициента преломления n.

Для однослойного диэлектрика коэффициент преломления n_{C1} и его толщина d_{C1} определяются по формулам

$$n_{C1} = \sqrt{n_0 n} = \sqrt{n}, \quad d_{C1} = \frac{\lambda}{4n_{C1}}, \tag{3.44}$$

а для двухслойного диэлектрика – по формулам

$$n_{C2} = \sqrt{n_{C1}}, \quad d_{C2} = \frac{\lambda}{4n_{C2}}. \tag{3.45}$$

Таким образом, уменьшая n, можно приблизить его к n_0 свободного пространства [11].

3.6. Поле в раскрыве и поле излучения замедляющих линз

При гиперболическом профиле замедляющей линзы и ненаправленном облучателе поле в ее раскрыве будет синфазным. Для определения закона амплитудного распределения рассмотрим рис. 3.23. На нем показаны два пучка лучей, ограниченных секторами $\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_2$, в которых при ненаправленном облучателе будет распределяться

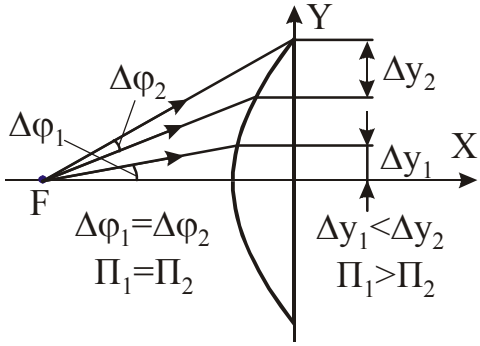


Рис. 3.23

одинаковая плотность потока мощности ($\Pi_1 = \Pi_2$). После преломления на гиперболической поверхности линзы эта энергия будет распределяться в пучках Δy_1 и Δy_2, причем $\Delta y_2 > \Delta y_1$, а следовательно, $\Pi_2 < \Pi_1$, т.е. плотность потока мощности будет уменьшаться к краям линзы обратно пропорционально $dy/d\varphi$.

Поскольку $y = \rho \sin \varphi$, то учитывая (3.10), имеем

$$y = f\,\frac{(n-1)\sin\varphi}{n\cos\varphi - 1} = c_1\,\frac{\sin\varphi}{n\cos\varphi - 1}, \qquad (3.46)$$

где $c_1 = f\,(n-1)$.

Из (3.46) находим

$$\frac{dy}{d\varphi} = c_1\,\frac{n\cos^2\varphi - \cos\varphi + n^2\sin\varphi}{(n\cos\varphi - 1)^2} = c_1\,\frac{n - \cos\varphi}{(n\cos\varphi - 1)^2},$$

тогда

$$\Pi = \frac{d\varphi}{dy} = c_2\,\frac{(n\cos\varphi - 1)^2}{n - \cos\varphi} = \frac{E_1^2(\varphi)}{120\pi},$$

а амплитуда поля в раскрыве будет

$$E_1(\varphi) = c_3\,\frac{n\cos\varphi - 1}{\sqrt{n - \cos\varphi}},$$

где $c_3 = \sqrt{120\pi c_2} = \sqrt{120\pi / c_1}$,

или

$$\frac{E_1(\varphi)}{E_0} = \frac{n\cos\varphi - 1}{\sqrt{n - \cos\varphi}}, \qquad (3.47)$$

где $E_0 = c_3\,\frac{n-1}{\sqrt{n-1}}$.

С учетом направленных свойств облучателя распределение амплитуд поля в раскрыве будет иметь вид

$$E(\varphi) = k_3\,\frac{n\cos\varphi - 1}{\sqrt{n - \cos\varphi}}\,F_{ОБЛ}(\varphi). \qquad (3.48)$$

На рис. 3.24 показано амплитудное распределение в раскрыве линзы при ненаправленном облучателе, определяемое формулой (3.47), а на рис. 3.25 – для направленного облучателя с ДН вида (3.33). Видно, что у замедляющей линзы даже при ненаправленном облучателе амплитуда поля уменьшается от середины раскрыва к его краям (см. рис. 3.24). Использование направленного облучателя еще больше увеличивает крутизну спадания амплитудного распределения. Поэтому апертурный КИП металлодиэлектрических линз обычно

составляет $\nu_A = 0{,}65\ldots0{,}5$, в то время как у металлопластинчатых он достигает $\nu_A = 0{,}6\ldots1$.

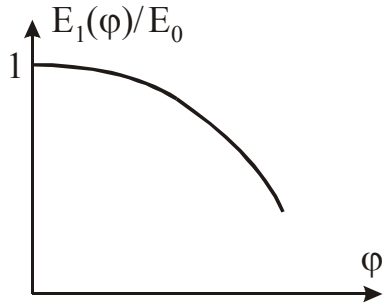


Рис. 3.24

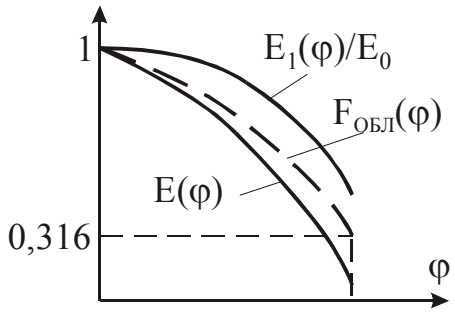


Рис. 3.25

Амплитудное распределение в раскрыве металлодиэлектрических линз также аппроксимируется функцией (3.31), а ее ДН определяется по формуле (3.34).

Если линза устанавливается непосредственно в раскрыве рупора, то в выражении (3.34) в плоскости H следует полагать $\eta = (\pi a_p/\lambda)\sin\theta$, $T = T_H = 0$, в плоскости E – $\eta = (\pi b_p/\lambda)\sin\theta$, а пьедестал $T = T_E$ определять из выражения

$$T_E = \frac{n\cos\varphi_{0E} - 1}{\sqrt{n - \cos\varphi_{0E}}} \frac{1 + \cos\varphi_{0E}}{2} \frac{\sin\left(\frac{\pi b_p}{\lambda}\sin\varphi_{0E}\right)}{\frac{\pi b_p}{\lambda}\sin\varphi_{0E}}, \qquad (3.49)$$

где

$$\varphi_{0E} = \operatorname{arctg}\frac{b_p}{2(f + t_E)} \qquad (3.50)$$

– половина угла раскрыва линзы в плоскости E;

t_E – толщина линзы в плоскости E.

Для линзы с вынесенным рупорным облучателем в формуле (3.34) следует положить в плоскости E $\eta = (\pi d_{pE}/\lambda)\sin\theta$, $T = T_E = 0{,}316$, в плоскости H – $\eta = (\pi d_{pH}/\lambda)\sin\theta$, $T = T_H = 0{,}316$, где d_{pE} и d_{pH} – размеры раскрыва линзы в плоскостях E и H, а размеры раскрыва облучателя a_p (плоскость H) и b_p (плоскость E) определять из условий

$$\frac{n\cos\varphi_{0H} - 1}{\sqrt{n - \cos\varphi_{0H}}} \frac{1 + \cos\varphi_{0H}}{2} \frac{\cos\left(\frac{\pi a_p}{\lambda}\sin\varphi_{0H}\right)}{1 - \left(\frac{2a_p}{\lambda}\sin\varphi_{0H}\right)^2} = 0{,}316, \qquad (3.51)$$

$$\frac{n\cos\varphi_{0E} - 1}{\sqrt{n - \cos\varphi_{0E}}} \frac{1 + \cos\varphi_{0E}}{2} \frac{\sin\left(\frac{\pi b_p}{\lambda}\sin\varphi_{0E}\right)}{\frac{\pi b_p}{\lambda}\sin\varphi_{0E}} = 0{,}316, \qquad (3.52)$$

где

$$\varphi_{0H} = \operatorname{arctg}\frac{d_{PH}}{2(f + t_H)} \tag{3.53}$$

– половина угла раскрыва линзы в плоскости H;

t_H – толщина линзы в плоскости H;

$$\varphi_{0E} = \operatorname{arctg}\frac{d_{PE}}{2(f + t_E)} \tag{3.54}$$

– половина угла раскрыва линзы в плоскости E.

Из сравнения амплитудных распределений для ускоряющей и замедляющей линз следует, что при одинаковых размерах раскрыва и при одинаковых облучателях главный лепесток ДН замедляющей линзы всегда будет шире, а УБЛ меньше, чем ускоряющей.

3.7. КПД линзовых антенн

Потери в металлопластинчатой линзе, обусловленные затуханием волны при ее распространении между пластинами, можно рассчитать по известному коэффициенту затухания α для волны H_{10} в прямоугольном волноводе при неограниченном возрастании размера волновода b [12]:

$$\alpha = \frac{R_S \lambda^2}{2 W_0 a^3 n}, \tag{3.55}$$

где $R_S = 1{,}987\sqrt{f/\sigma}\cdot 10^{-3}$ Ом – поверхностное сопротивление металлических пластин;

$W_0 = 120\pi$ Ом – волновое сопротивление свободного пространства;

f – частота, Гц;

σ – удельная проводимость, Сим/м [11].

Тогда КПД металлопластинчатой линзы

$$\eta_Л = \exp(-2\alpha t), \tag{3.56}$$

где t – максимальная толщина гладкой металлопластинчатой линзы, определяемая по формуле (3.6), для зонированной линзы $t = \lambda/(1 - n)$.

КПД металлодиэлектрической линзы можно определить по формуле

$$\eta_Л = \exp(-knt\ \operatorname{tg}\delta), \tag{3.57}$$

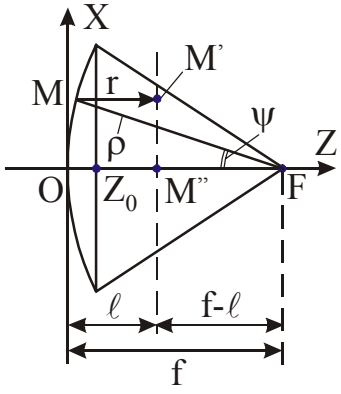
где t – максимальная толщина гладкой металлодиэлектрической линзы, определяемая по формуле (3.12), для зонированной линзы $t = \lambda/(n - 1)$;

$\operatorname{tg}\delta$ – тангенс угла потерь в диэлектрике линзы.

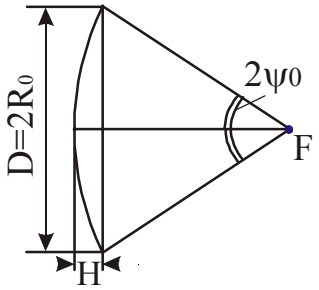
4. ЗЕРКАЛЬНЫЕ АНТЕННЫ

Зеркальными называются антенны, у которых поле в раскрыве формируется в результате отражения электромагнитной волны от металлической поверхности специального рефлектора (зеркала). Источни-

ком волны обычно служит какая-нибудь небольшая антенна-облучатель, располагаемая в фокусе зеркала. В принципе облучателем зеркальной антенны (ЗА) может служить любая другая антенна, обладающая фазовым центром и излучающая сферическую волну. Основное назначение ЗА – преобразование сферического или цилиндрического фронта волны, создаваемой облучателем, в плоский фронт.



а



б

Рис. 4.1

Отраженная от зеркала волна будет плоской, если длина оптического пути всех лучей, идущих из фокуса F до зеркала и после отражения до линии M'M'', будет одинаковой (рис. 4.1, а):

$$FO + OM'' = FM + MM'$$

или

$$f + \ell = \rho + r,\ f + \ell = \rho + \rho\cos\psi - (f - \ell),$$

откуда

$$\rho = 2f/(1 + \cos\psi) = p/(1 + \cos\psi), \qquad (4.1)$$

где $p = 2f$ – параметр параболоида.

Уравнение (4.1) является уравнением параболы в полярной системе координат, следовательно, для преобразования сферического фронта волны в плоский поверхность зеркала должна представлять собой поверхность ***параболоида вращения***. Такая ЗА создает в направлении оптической оси z игольчатую ДН.

Для преобразования цилиндрического фронта волны, создаваемого линейным облучателем, расположенным вдоль фокальной оси зеркала, в плоский фронт поверхность зеркала должна быть ***параболическим цилиндром***. Такая ЗА создает веерную ДН.

Поверхность, ограниченная кромкой зеркала и плоскостью $z = z_0$ (см. рис. 4.1, а), называется раскрывом зеркала. Радиус R_0 этой поверхности (рис. 4.1, б) называется ***радиусом раскрыва***. Угол $2\psi_0$, под которым зеркало видно из фокуса, называется ***углом раскрыва*** зеркала.

Из рис. 4.1, б видно, что $R_0 = \rho_0 \sin\psi_0$. Подставляя в эту формулу вместо ρ_0 его значение из (4.1), найдем

$$R_0 = \rho_0 \sin\psi_0 = p \sin\psi_0/(1 + \cos\psi_0) = p\ tg(\psi_0/2),$$

или

$$R_0/p = tg\ (\psi_0/2). \qquad (4.2)$$

Зеркало называют ***мелким***, или ***длиннофокусным***, если $R_0/p < 1$ (или $\psi_0 < \pi/2$), ***глубоким***, или ***короткофокусным***, если $R_0/p > 1$ (или $\psi_0 > \pi/2$) и средним, если $R_0 = p$ (или $\psi_0 = \pi/2$).

Из уравнения поверхности зеркала в цилиндрической системе координат $R^2 = 2pz$ при $R = R_0 = D/2$ и $z = H$, где H – ***глубина*** зеркала, найдем еще одно важное соотношение

$$f = D^2/16H. \qquad (4.3)$$

4.1. Распределение плотности токов на поверхности ЗА

Определение распределения плотности токов на освещенной поверхности ЗА является одним из двух методов решения внутренней задачи для ЗА, по результатам которой находится ее поле излучения.

Найдем распределение плотности токов на поверхности параболоида вращения при таких допущениях:

1. Облучатель считаем точечным, расположенным в фокусе параболоида, излучающим сферическую волну с линейной поляризацией.

2. Считаем фокусное расстояние f зеркала намного большим длины волны λ ($f >> \lambda$), вследствие чего зеркало будет находиться в дальней зоне облучателя.

3. Поскольку $f >> \lambda$, влиянием зеркала на ДН облучателя пренебрегаем.

4. Предполагаем, что выполняются законы геометрической оптики – отражение от криволинейной поверхности зеркала происходит так, как если бы волна от облучателя падала на плоскую поверхность, касательную к поверхности зеркала в точке падения.

Тогда распределение плотности поверхностных токов на зеркале найдем с помощью формулы [8]

$$\vec{j} = 2\left[\vec{n}\vec{H}\right], \qquad (4.4)$$

где $\vec{j}$ – вектор плотности поверхностных токов;

$\vec{H}$ – вектор напряженности магнитного поля падающей волны у поверхности зеркала;

$\vec{n}$ – орт внешней нормали к поверхности зеркала.

Раскрывая в (4.4) векторное произведение, найдем

$$\vec{j} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ n_x & n_y & n_z \\ H_x & H_y & H_z \end{vmatrix} = 2\left[\vec{i}\left(n_y H_z - n_z H_y\right) + \vec{j}\left(n_z H_x - n_x H_z\right) + \vec{k}\left(n_x H_y - n_y H_x\right)\right],$$

где

$$j_x = 2(n_y H_z - n_z H_y),\ j_y = 2(n_z H_x - n_x H_x),\ j_z = 2(n_x H_y - n_y H_x) \qquad (4.5)$$

– проекции вектора плотности поверхностного тока на оси x, y и z.

Проекции орта $\vec{n}$ на координатные оси x, y, z легко найти из геометрии зеркала. Из рис. 4.2 видно, что

$$n_z = \cos(\psi/2),\ n_x = -\sin(\psi/2)\cos\xi,\ n_y = -\sin(\psi/2)\sin\xi. \qquad (4.6)$$

Таким образом, если поле $\vec{H}$ облучателя у поверхности зеркала известно, составляющие j_x, j_y и j_z могут быть легко вычислены по формулам (4.5).

Поле $\vec{H}$ может быть найдено только для конкретного облучателя. Типичным облучателем ЗА является диполь с дисковым рефлектором

(рис. 4.3). Он однонаправлен и почти вся его мощность излучения попадает на зеркало.

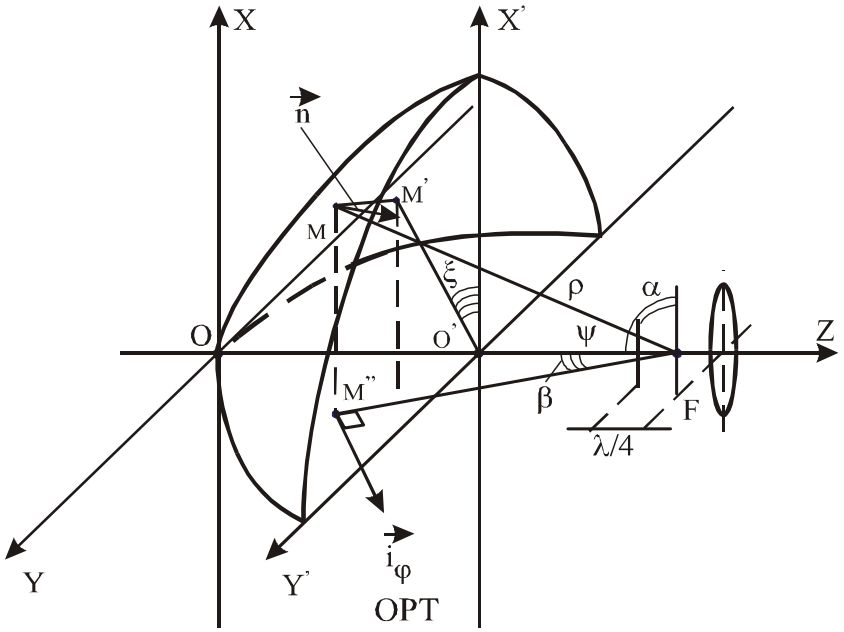


Рис. 4.2

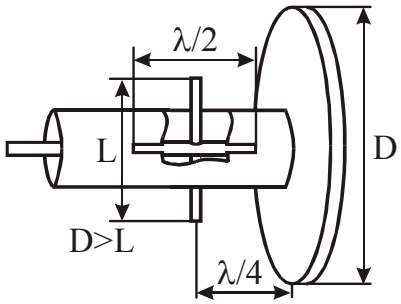


Рис. 4.3

Напряженность электрического поля диполя без рефлектора равна

$$E_1(\alpha) = \frac{30kLI}{\rho}\sin\alpha,$$

а магнитного поля –

$$\vec{H}_1(\varphi) = \frac{E_1(\alpha)}{120\pi}\vec{i}_\varphi = \frac{LI}{2\lambda\rho}\sin\alpha\cdot\vec{i}_\varphi,$$

где α – угол между осью диполя и направлением луча ρ;

I – ток диполя;

L - длина диполя;

$\vec{i}_\varphi$ – орт, перпендикулярный проекции луча и лежащий в горизонтальной плоскости (см. рис. 4.2).

Влияние дискового рефлектора учтем приближенно, заменяя диск зеркальным изображением диполя (рис. 4.4).

Множитель, учитывающий влияние диска на поле диполя, найдем из выражения

$$f_n(\varphi) = \frac{\sin\left[\frac{n}{2}(kd\cos\psi - \Delta)\right]}{\sin\left[\frac{1}{2}(kd\cos\psi - \Delta)\right]}.$$

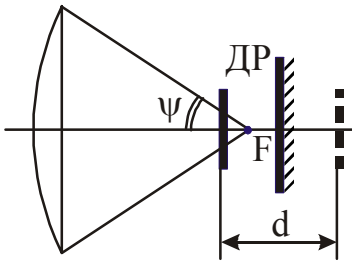


Рис. 4.4

При $n = 2$, $d = \lambda/2$, $\Delta = \pi$ получим $f_n(\psi) = 2\sin(\frac{\pi}{2}\cos\psi)$.

Тогда напряженность магнитного поля диполя с дисковым рефлектором для $0 \le \psi < \pi/2$ примет вид

$$\vec{H}(\varphi) = \vec{H}_1(\varphi) f_n(\psi) = \frac{LI}{\lambda\rho} \sin\alpha \sin\left(\frac{\pi}{2}\cos\psi\right)\vec{i}_\varphi . \qquad (4.7)$$

Для определения проекций вектора $\vec{H}(\varphi)$ на координатные оси x,y,z необходимо найти проекции на эти оси орта $\vec{i}_\varphi$. Из рис. 4.2 видно, что $i_{\varphi x} = 0$, $i_{\varphi y} = \cos\beta$, $i_{\varphi z} = \sin\beta$.

Тогда составляющие вектора $\vec{H}$ у поверхности зеркала будут

$$\left.\begin{aligned} H_x &= H_\varphi i_{\varphi x} = 0; \\ H_y &= H_\varphi i_{\varphi y} = \frac{LI}{\lambda\rho}\sin\alpha \sin\left(\frac{\pi}{2}\cos\psi\right)\cos\beta; \\ H_z &= H_\varphi i_{\varphi z} = \frac{LI}{\lambda\rho}\sin\alpha \sin\left(\frac{\pi}{2}\cos\psi\right)\sin\beta. \end{aligned}\right\} \qquad (4.8)$$

Из рис. 4.2, проецируя единичный вектор луча ρ на оси x,y,z, легко установить, что

$$\sin\alpha\cos\beta = \cos\psi,$$

а, значит,

$$\sin\alpha\sin\beta = \sqrt{\sin^2\alpha - \cos^2\psi}\,.$$

Тогда выражения (4.8) примут вид

$$\left.\begin{aligned} H_x &= 0; \\ H_y &= \frac{LI}{\lambda\rho}\cos\psi \sin\left(\frac{\pi}{2}\cos\psi\right); \\ H_z &= \frac{LI}{\lambda\rho}\sin\alpha\sqrt{\sin^2\alpha - \cos^2\psi}\left(\frac{\pi}{2}\cos\psi\right). \end{aligned}\right\} \qquad (4.9)$$

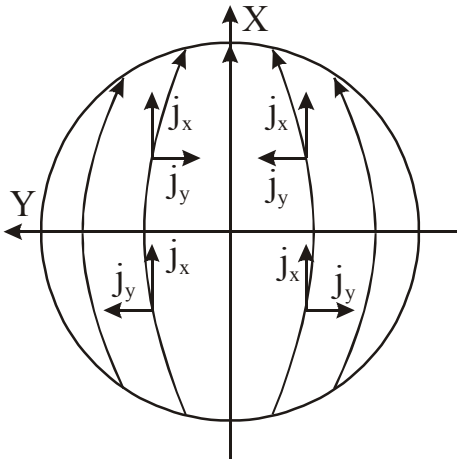


Рис. 4.5

Подставляя H_x, H_y, H_z из (4.9) и n_x, n_y, n_z из (4.6) в (4.5), найдем j_x, j_y, j_z.

На рис. 4.5 показана картина распределения токов на поверхности мелкого зеркала. Как видно из рисунка, составляющие j_x имеют одинаковое направление во всех квадрантах. Они создают поле с основной поляризацией. Составляющие j_y имеют в различных квадрантах противоположные направления и создают поле ***кроссполяризации***.

Как составляющие j_y, так и составляющие j_z не создают поле излучения в направлении оптической оси, но участвуют в формировании боковых лепестков, а значит, уменьшают КНД антенны. Создаваемое ими поле называют полем ***паразитной поляризации***.

Картина распределения токов на поверхности глубокого зеркала показана на рис. 4.6. В случае глубокого зеркала на нем образуются ***полюсы***, т.е. точки, в которых поле равно нулю. Кроме того, на зеркале за полюсами образуются зоны, в которых направление токов противоположно направлению соответствующих токов на основной части зеркала. Эти зоны создают в направлении максимального излучения поле противоположной фазы и поэтому называются ***вредными зонами***.

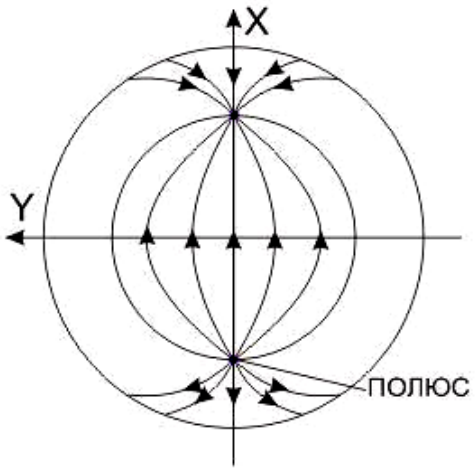


Рис. 4.6

Причина появления вредных зон ясна из рис. 4.7. Если зеркало мелкое (рис. 4.7, а), на него попадает только главный лепесток ДН облучателя, фаза которого не меняется. Поэтому и направление тока по зеркалу не меняется. На глубокое зеркало (рис. 4.7, б) кроме главного лепестка ДН облучателя попадают и ее первые боковые лепестки, фаза которых противоположна фазе основного лепестка. Поэтому и направление токов на тех участках зеркала, на которые попадают боковые лепестки, меняется на противоположное.

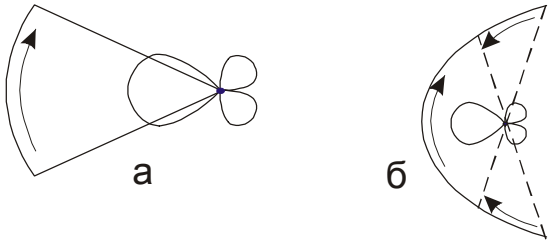


Рис. 4.7

На практике обычно применяются мелкие и средние зеркала ($R_0 \le p$), у которых вредные зоны отсутствуют.

Поле в раскрыве ЗА пропорционально проекции вектора поверхностной плотности тока на плоскость раскрыва. Поэтому показанные на рис. 4.5 и 4.6 картины распределения токов одновременно являются и картинами распределения электрических линий поля, т.е. представляют собой АФР в раскрыве зеркала.

4.2. Апертурный метод расчета поля излучения зеркала

Апертурный метод является менее точным, чем метод расчета с использованием плотности тока, так как в нем рассматривается поле только с основной поляризацией и не учитываются составляющие с паразитной поляризацией. Однако в пределах главного лепестка и первых боковых лепестков оба метода практически дают одинаковые результаты. Поэтому на практике наибольшее распространение получил апертурный метод расчета как более простой.

При практическом использовании метода учитываются все допущения, сделанные в предыдущем разделе. В сферической волне амплитуда поля изменяется обратно пропорционально расстоянию. Поэтому на участке "облучатель – зеркало" поле будет убывать пропорционально $1/\rho$.

После отражения от поверхности зеркала волна становится плоской и ее амплитуда до раскрыва зеркала с расстоянием не меняется. Таким образом, если нормированная ДН облучателя $F_{обл}(\psi)$ известна, то амплитудное распределение поля в раскрыве определится выражением

$$A(R') = \frac{f}{\rho} F_{ОБЛ}(\psi), \qquad (4.10)$$

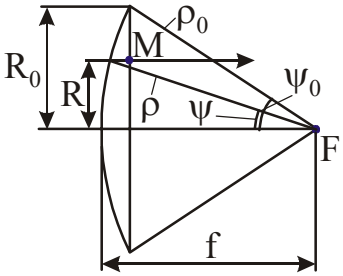


Рис. 4.8

где $R' = R/R_0$ – нормированная координата точки M в раскрыве зеркала (рис. 4.8).

Из рис. 4.8 видно, что $R = \rho \sin\psi$, а $R_0 = \rho_0 \sin\psi_0$. Кроме того, в соответствии с (4.1) $\rho_0 = 2f/(1 + \cos\psi_0)$. Тогда

$$R' = \frac{\sin\psi}{\sin\psi_0}\frac{\cos^2(\psi_0/2)}{\cos^2(\psi/2)} = \operatorname{ctg}\frac{\psi_0}{2}\operatorname{tg}\frac{\psi}{2},$$

где ψ и R' меняются в пределах $0 \le \psi \le \psi_0$, $0 \le R' \le 1$.

Подставив в (4.10) значение ρ из (4.1), окончательно получим расчетную формулу для амплитудного распределения в раскрыве зеркала

$$A(R') = \frac{1+\cos\psi}{2} F_{ОБЛ}(\psi). \qquad (4.11)$$

Для облучателя в виде диполя с дисковым рефлектором (см. рис. 4.3) ДН имеют вид:

– в плоскости H

$$F_{обл\ H}(\psi) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\cos\psi\right); \qquad (4.12)$$

– в плоскости E

$$F_{обл\ E}(\psi) = \sin\left(\frac{\pi}{2}\cos\psi\right)\cos\psi\,. \qquad (4.13)$$

Для облучателя в виде пирамидального рупора ДН имеют вид:

– в плоскости H

$$F_{обл\,H}(\psi) = \frac{1+\cos\psi}{2}\frac{\cos\left(\frac{\pi a_p}{\lambda}\sin\psi\right)}{1-\left(\frac{\pi a_p}{\lambda}\sin\psi\right)^2}; \qquad (4.14)$$

– в плоскости E

$$F_{обл\,E}(\psi) = \frac{1+\cos\psi}{2}\frac{\sin\left(\frac{\pi b_p}{\lambda}\sin\psi\right)}{\frac{\pi b_p}{\lambda}\sin\psi}, \qquad 4.15)$$

где a_p и b_p – размеры раскрыва рупора в плоскостях H и E.

Амплитудное распределение в раскрыве зеркала для обоих облучателей таково:

– в плоскости H

$$A_H(R') = \frac{1+\cos\psi}{2}\ F_{\text{обл H}}(\psi); \tag{4.16}$$

– в плоскости E

$$A_E(R') = \frac{1+\cos\psi}{2}\ F_{\text{обл E}}(\psi). \tag{4.17}$$

Таким образом, при известных ДН облучателя амплитудное распределение в раскрыве зеркала легко определить. Однако выражения (4.16), (4.17) оказываются достаточно сложными и неудобными для интегрирования, т.е. для определения поля излучения. Поэтому на практике используют несколько хорошо изученных распределений, одним из которых и аппроксимируют распределение, полученное для выбранного облучателя [13].

Наиболее часто в случае ЗА в качестве аппроксимирующей используют квадратичную функцию

$$A(R') = 1 - (1 - T)(R')^2, \tag{4.18}$$

где T – пьедестал, т.е. значение амплитуды поля на краях зеркала.

Для такой функции ДН зеркала определяется формулой

$$F(\theta) = \frac{2}{1+T}\left\{T\Lambda_1(u) + \frac{1-T}{2}\Lambda_2(u)\right\}\cos^2\frac{\theta}{2}\ , \tag{4.19}$$

где $u = kR_0\sin\theta$; $T = T_E$ или $T = T_H$ – пьедесталы в плоскостях E или H;

$$\Lambda_n(u) = \frac{n!}{(u/2)^n}J_n(u) \tag{4.20}$$

– лямбда-функция [13];

$$J_n(u) = \left(\frac{u}{2}\right)^n \sum_{m=0}^{\infty}\left[\frac{(-1)^m}{(m+n)!\,m!}\left(\frac{u}{2}\right)^{2m}\right] \tag{4.21}$$

– функция Бесселя n-го порядка [13].

Параметры раскрыва круглой формы с множителем ДН

$$F_C(\theta) = \frac{2}{1+T}\left\{T\Lambda_1(u) + \frac{1-T}{2}\Lambda_2(u)\right\} \tag{4.22}$$

приведены в табл. 4.1.

Таблица 4.1

T	$2\theta^{\circ}_{0,5}$	$2\theta^{\circ}_{0}$	ν_A	δ_1, дБ(%)
T=1,0	$51°\lambda/D$	$115°\lambda/D$	1,000	13,5 (21,2)
T=0,8	$53°\lambda/D$	$122°\lambda/D$	0,994	15,8 (16,2)
T=0,5	$56°\lambda/D$	$131°\lambda/D$	0,970	17,1 (14,0)
T=0,0	$66°\lambda/D$	$164°\lambda/D$	0,833	20,6 (9,3)

Значения пьедесталов для любого облучателя могут быть определены в плоскости H из выражения (4.16):

$$\frac{1+\cos\psi}{2}F_{\text{облH}}(\psi)\Big|_{\psi=\psi_0} = T_H, \qquad (4.23)$$

а в плоскости E – из выражения (4.17):

$$\frac{1+\cos\psi}{2}F_{\text{облE}}(\psi)\Big|_{\psi=\psi_0} = T_E. \qquad (4.24)$$

Качественные ДН в плоскостях E и H параболоида вращения различной глубины с облучателем в виде диполя с дисковым рефлектором показаны на рис. 4.9, а вторичные параметры этих ДН – ширина главного лепестка и УБЛ – приведены в табл. 4.2.

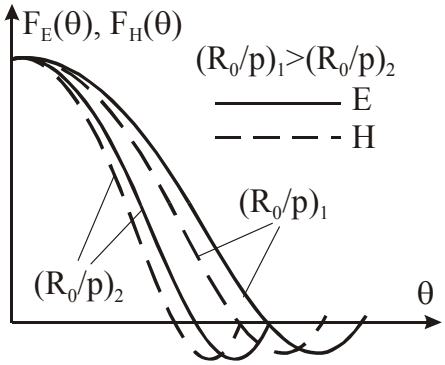


Рис. 4.9

Таблица 4.2

R_0/p	$2\theta^{\circ}_{0,5H}$	$2\theta^{\circ}_{0,5E}$	УБЛ, дБ			
			H_1	H_2	E_1	E_2
0,4	$61°\lambda/D$	$63°\lambda/D$	—	—	—	—
0,6	$63°\lambda/D$	$71°\lambda/D$	16	20	20	25
0,8	$70°\lambda/D$	$83°\lambda/D$	24	29	25	29
1,0	$79°\lambda/D$	$96°\lambda/D$	27	30	26	30

Из рис. 4.9 и табл. 4.2 следует:

1. Для зеркала одной и той же глубины R_0/p главный лепесток ДН в плоскости E всегда будет шире, чем в плоскости H. Это обусловлено тем, что ДН диполя с рефлектором в плоскости E (4.13) уже, чем в плоскости H (4.12), поэтому облучение зеркала в плоскости E будет более неравномерным (спадающим), чем в плоскости H (рис. 4.10). По этой же причине ($T_E < T_H$) УБЛ ЗА в плоскости E будет ниже, чем в плоскости H.

2. ДН зеркала различной глубины с одним и тем же облучателем тоже различны – ДН глубоких зеркал в обеих плоскостях шире, чем мелких. Это объясняется тем, что с увеличением глубины зеркала увеличивается неравномерность амплитудного распределения (рис. 4.11). По этой же причине ($T_1 > T_2$) УБЛ у глубоких зеркал меньше, чем у мелких.

На практике обычно используют зеркала с $R_0/p = 0{,}5\ldots0{,}7$.

Для мелких зеркал ($R_0/p \le 0{,}4$) амплитудное распределение в раскрыве зеркала в обеих плоскостях приблизительно постоянное, и приближенная ДН определяется по формуле Пистолькорса [14]

$$F_E(\theta) = F_H(\theta) = \frac{1+\cos\theta}{2}\Lambda_1(u) = (1+\cos\theta)\frac{J_1(u)}{u}. \qquad (4.25)$$

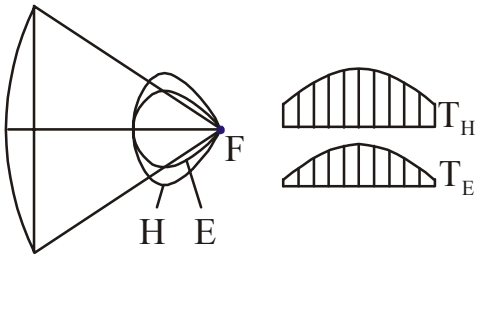


Рис. 4.10

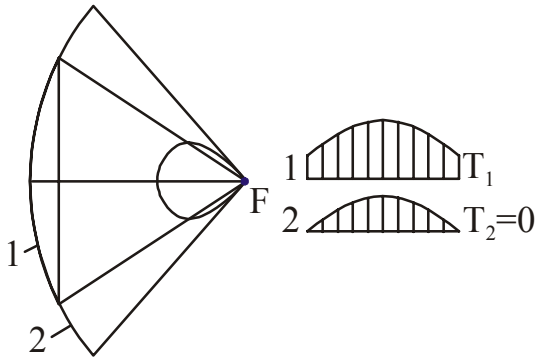


Рис. 4.11

4.3. Коэффициент направленного действия, коэффициент использования поверхности, коэффициент полезного действия и коэффициент усиления ЗА

КНД ЗА определяется по формуле

$$D_m = \frac{4\pi}{\lambda^2}\nu_A S_p, \tag{4.26}$$

где $S_p = \pi R_0^2$ – геометрическая площадь раскрыва;

ν_A – апертурный КИП раскрыва.

Апертурный КИП раскрыва полностью определяется характером распределения поля:

$$\nu_A = \frac{1}{S_P}\frac{\left|\int\limits_S E_S ds\right|^2}{\int\limits_S |E_S|^2 ds}, \tag{4.27}$$

где E_s – касательная составляющая электрического поля в раскрыве, равная в соответствии с апертурным методом

$$E_s = A(R',\xi); \quad ds = RdRd\xi = R_0^2 R'dR'd\xi. \tag{4.28}$$

Подставляя значения (4.28) в (4.27), получим

$$\nu_A = \frac{1}{\pi}\frac{\left|\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^1 A(R',\xi)R'dR'd\xi\right|^2}{\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^1 |A(R',\xi)|^2 R'dR'}. \tag{4.29}$$

Поскольку амплитудное распределение обычно рассматривают в одной из плоскостей (E или H), то и апертурный КИП можно определять, считая, что амплитуда поля в раскрыве является функцией только координаты R', а апертурные КИП в плоскостях E и H будут отличаться друг от друга только пьедесталами в $A(R')$.

Тогда, полагая $A(R',\xi) = A(R')$, из (4.29) найдем

$$\nu_A = 2\frac{\left|\int_0^1 A(R')R'dR'\right|^2}{\int_0^1 |A(R')|^2 R'dR'}. \qquad (4.30)$$

Для амплитудного распределения вида (4.18) из (4.30) имеем [15]

$$\nu_A = 0{,}75\frac{(1+T)^2}{1+T+T^2}, \qquad (4.31)$$

откуда для $T = 1$ $\nu_A = 1$, а для $T = 0$ $\nu_A = 0{,}75$.

В реальных антеннах величина ν_A зависит от типа облучателя и глубины зеркала. Для ЗА с облучателем в виде диполя с дисковым рефлектором ν_A определяется по формуле [1]

$$\nu_A = 7{,}5\frac{(R_0/p)^2}{\left[1+(R_0/p)^2\right]^4}. \qquad (4.32)$$

Полный апертурный КИП ЗА

$$\nu_A = \nu_{AE}\,\nu_{AH}, \qquad (4.33)$$

где ν_{AE} и ν_{AH} – апертурные КИП ЗА в плоскостях E и H соответственно.

Итак (см. рис. 4.11 и 4.12, а), с увеличением глубины зеркала ($\psi_{02} > \psi_{01}$, $R_{02} > R_{01}$) при одной и той же ДН облучателя значение амплитуды поля на краях зеркала будет уменьшаться ($T_2 < T_1$), будет уменьшаться и величина апертурного КИП ($\nu_{A2} < \nu_{A1}$), а значит, и КНД ЗА ($D_{m2} < D_{m1}$):

$(R_0/p)\uparrow \rightarrow \psi_0\uparrow \rightarrow T\downarrow \rightarrow \nu_A\downarrow \rightarrow D_m\downarrow$.

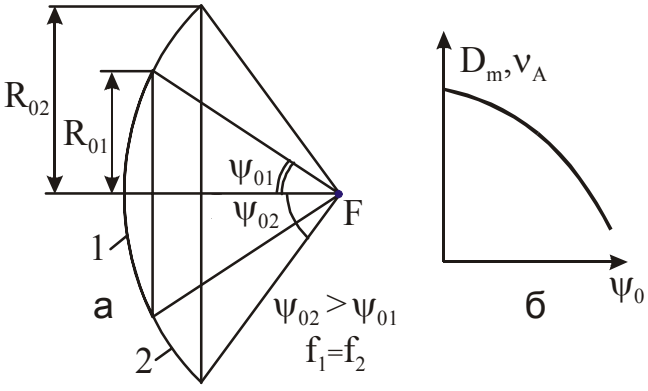


Рис. 4.12

Таким образом, с увеличением глубины зеркала апертурный КИП и КНД ЗА уменьшаются (рис. 4.12, б).

Однако КНД ЗА в отличие от других типов антенн СВЧ не является параметром, который полностью характеризует выигрыш в мощности излучения за счет направленных свойств антенны, так как не учитывает потерь энергии. Для более полной характеристики ЗА следует использовать такой параметр, как коэффициент усиления

$$G_m = D_m\eta_A = \frac{4\pi}{\lambda^2}S_p\nu_A\eta_A = \frac{4\pi}{\lambda^2}S_p\nu_{рез}, \qquad (4.34)$$

где η_A – КПД ЗА;

$\nu_{рез} = \nu_A\eta_A$ – результирующий КИП ЗА.

КПД ЗА определяется как [2,13]

$$\eta_A = \eta_{ПЕР}\,\eta_{ЗАТ}\,\eta_C\,\eta_Ф\,\eta_Д\,\eta_И\,\eta_{КП}\,\eta_{ОТКЛ}, \qquad (4.35)$$

где $\eta_{ПЕР}$ – КПД, который учитывает потери на излучение ("переливание") энергии за края зеркала; эта энергия не передается ЗА в нужном направлении, а излучается в большом пространственном угле самим облучателем, что приводит как к увеличению УБЛ, так и к расширению главного лепестка ДН зеркала;

$\eta_{ЗАТ}$ – КПД затенения (теневой эффект); облучатель закрывает часть площади раскрыва зеркала, что приводит к уменьшению действующей площади последнего, а также к искажению его ДН в связи с переизлучением части энергии в разных направлениях внешними поверхностями облучателя, возбуждающего его фидера и деталей крепления;

$\eta_{С}$ – КПД согласования, который зависит от затенения; часть энергии, отраженной от зеркала, попадает в облучатель и ухудшает установившийся в фидерном тракте коэффициент бегущей волны (КБВ);

$\eta_{Ф}$ – КПД, учитывающий наличие фазового центра у облучателя и точность его установки в фокусе зеркала;

$\eta_{Д}$ – КПД, который зависит от дифракции поля облучателя на краях зеркала; токи, возбужденные облучателем на поверхности зеркала, обтекают его края и проникают на заднюю поверхность зеркала; это вызывает ненаправленное излучение некоторой части энергии в сторону и назад, приводит к расширению главного лепестка ДН ЗА и увеличению УБЛ; $\eta_{Д}$ зависит от схемы антенны и находится в пределах $\eta_{Д} = 0{,}9\ldots1{,}0$;

$\eta_{И}$ – КПД, который учитывает интерференционные провалы в ДН, вызванные вторичным излучением с поверхностей питающего волновода или коаксиальной линии, если они проходят через вершину зеркала;

$\eta_{КП}$ – КПД, который учитывает влияние паразитных токов на поверхности зеркала (токов кроссполяризации) на ДН ЗА;

$\eta_{ОТКЛ}$ – КПД, который зависит от отклонения поверхности зеркала от расчетной, поскольку это влияет на параллельность лучей, формируемых зеркалом.

Наиболее ощутимый вклад в КПД ЗА вносит КПД "переливания", который определяется как отношение мощности излучения облучателя, попадающей на зеркало, к его полной мощности излучения:

$$\eta_{ПЕР} = \frac{P_{\sum ЗЕРК}}{P_{\sum ОБЛ}} = \frac{\int\limits_{\xi=0}^{2\pi}\int\limits_{\psi=0}^{\psi_0} \frac{E^2(\psi,\xi)}{120\pi} R^2 \sin\psi d\psi d\xi}{\int\limits_{\xi=0}^{2\pi}\int\limits_{\psi=0}^{\pi} \frac{E^2(\psi,\xi)}{120\pi} R^2 \sin\psi d\psi d\xi} = \frac{\int\limits_{\psi=0}^{\psi_0} F_{обл}^2(\psi)\sin\psi d\psi}{\int\limits_{\psi=0}^{\pi} F_{ОБЛ}^2(\psi)\sin\psi d\psi}. \quad (4.36)$$

В выражении (4.36) допущено, что ДН облучателя имеет осевую симметрию. Если ДН облучателя в плоскостях E и H отличаются друг от друга, то по формуле (4.36) определяются $\eta_{ПЕР\ E}$ и $\eta_{ПЕР\ H}$, а общий КПД находится как их произведение:

$$\eta_{ПЕР} = \eta_{ПЕР\ E}\,\eta_{ПЕР\ H}. \quad (4.37)$$

Из (4.36) видно, что чем больше угол ψ_0, т.е. чем глубже зеркало, тем большая часть излученной облучателем энергии попадет на зеркало и, следовательно, тем больше будет КПД. Таким образом, характер изменения функции $\eta_{ПЕР} = \eta_{ПЕР}(\psi_0)$ противоположен характеру функции $\nu_A = \nu_A(\psi_0)$ (рис. 4.13):

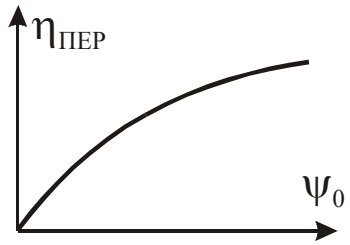


Рис. 4.13

$$(R_0/p) \uparrow \rightarrow \psi_0 \uparrow \rightarrow P_{\Sigma\,ЗЕРК} \uparrow \rightarrow \eta_{ПЕР} \uparrow \rightarrow \eta_A \uparrow.$$

Для “хороших” облучателей, которые обеспечивают облучение краев зеркала с уровнем $0{,}05\ldots0{,}1$ от уровня мощности ($0{,}224\ldots0{,}316$ от уровня напряженности) в центре раскрыва, $\eta_{ПЕР}$ лежит в пределах $\eta_{ПЕР} = 0{,}9\ldots0{,}95$ [16].

Если предположить, что объемная ДН облучателя в виде диполя с дисковым рефлектором является поверхностью вращения относительно оптической оси, то его ДН в плоскости E имеет вид

$$F_{ОБЛ\,E}(\psi) = \cos\psi \sin\left(\frac{\pi}{2}\cos\psi\right),$$

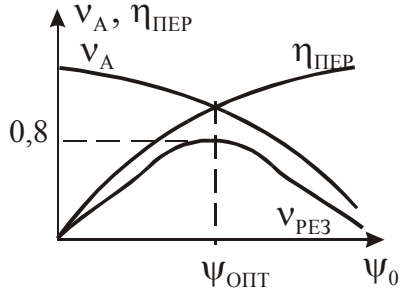
и из формулы (4.35) можно получить [1]

$$\eta_{ПЕР} = 1 - \frac{5}{8}\cos^3\psi_0 - \frac{3}{8}\cos^5\psi_0. \qquad (4.38)$$

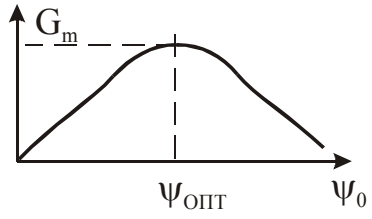
Если в (4.34) пренебречь влиянием остальных составляющих и положить, что $\eta_A \approx \eta_{ПЕР}$, то $\nu_{РЕЗ}$ в (4.34) будет

$$\nu_{РЕЗ} = \nu_A\eta_A \approx \nu_A\eta_{ПЕР}. \qquad (4.39)$$

Тогда вследствие противоположных зависимостей ν_A и $\eta_{ПЕР}$ от ψ_0 зависимость $\nu_{РЕЗ}$ от ψ_0 будет иметь максимум (рис. 4.14, а). Такой же будет и зависимость $G_m = G_m(\psi_0)$ (рис. 4.14, б).



а



б

Рис. 4.14

Максимуму $\nu_{РЕЗ}$ соответствует оптимальный угол раскрыва $\psi_{0\,ОПТ}$, который можно определить из выражения [17]

$$2\sin^2\frac{\psi_{0\,ОПТ}}{2} = \int_{\psi=0}^{\psi_{ОПТ}} F_{ОБЛ}(\psi)\,\mathrm{tg}\frac{\psi}{2}\,d\psi. \qquad (4.40)$$

Отметим, что в начале расчета ЗА угол раскрыва следует определять из формулы (4.2), задаваясь значением R_0/p из соотношения $R_0/p = 0{,}5\ldots0{,}7$.

Как следует из рис. 4.14, а, результирующий КИП параболоида вращения (ПВ) $\nu_{РЕЗ} \approx 0{,}8$. Однако нужно помнить, что при определении $\nu_{РЕЗ}$ мы пренебрегли влиянием остальных семи составляющих. Действительно, существуют искусственные способы уменьшения их вредного влияния на $\nu_{РЕЗ}$. Но может оказаться, что уменьшение влияния одной составляющей приведет к увеличению другой. Поэтому на практике

необходимо полученный по формуле (4.39) $\nu_{РЕЗ}$ уменьшить приблизительно на 25% и при проектировании ЗА считать, что результирующий КИП составляет

$$\nu_{РЕЗ} = 0{,}4\ldots0{,}6. \tag{4.41}$$

4.4. Облучатели параболоидов вращения

К облучателям ЗА в виде ПВ предъявляются такие требования [3]:

1. Желательно, чтобы ДН облучателя была однонаправленной, обладала осевой симметрией $F_{ОБЛ}(\psi,\xi) = F_{ОБЛ}(\psi)$ и имела минимальный УБЛ. Другие требования к ДН зависят от требований к ЗА в целом.

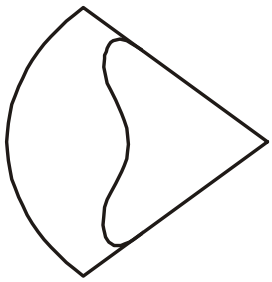


Рис. 4.15

Если не ставятся жесткие условия относительно УБЛ в ДН ЗА, а требуется иметь наибольший КУ, то ДН облучателя должна обеспечивать равномерное облучение зеркала (рис. 4.15):

$$F_{ОБЛ}(\psi) = \begin{cases} \sec^2(\psi/2),\ 0 \le \psi \le \psi_0; \\ 0,\ \psi > \psi_0. \end{cases} \tag{4.42}$$

Если к ДН ЗА предъявляется требование иметь минимальный УБЛ, то зеркало должно облучаться неравномерно, так, чтобы амплитуда поля в раскрыве зеркала спадала от центра к его краям:

$$F_{ОБЛ}(\psi) = \begin{cases} \cos^n(\psi/2),\ 0 \le \psi \le \pi/2; \\ 0,\ \pi/2 \le \psi \le \pi. \end{cases} \tag{4.43}$$

2. Фазовый центр облучателя не должен быть "размытым". В идеальном случае фазовый центр должен быть точечным и положение его не должно зависеть от направления. Нарушение этого условия приводит к нарушению синфазности поля в раскрыве зеркала, искажению его ДН и снижению КУ.

Облучатель должен располагаться так, чтобы его фазовый центр располагался в фокусе зеркала.

3. Облучатель должен в минимальной степени заслонять зеркало, так как затенение приводит к искажению ДН ЗА – расширению главного лепестка и увеличению УБЛ.

4. Облучатель должен быть достаточно диапазонным и выдерживать заданную мощность без электрического пробоя. Диапазонность ЗА полностью определяется диапазонностью облучателя и фидерного тракта, так как параметры самого зеркала от частоты либо совсем не зависят, либо зависят очень слабо.

В качестве облучателей ПВ применяются, главным образом, вибраторные, волноводно-рупорные и двухщелевые обратного излучения (облучатели Катлера). В принципе в зависимости от требований к ЗА в качестве ее облучателя может быть использована любая другая антенна СВЧ, если она удовлетворяет перечисленным выше требо-

ваниям (например, спиральная или диэлектрическая).

Вибраторные облучатели могут быть разделены на две группы: питаемые коаксиальным фидером; питаемые волноводом.

На рис. 4.3 показан вибратор, возбуждаемый жесткой коаксиальной линией с симметрирующей щелью и имеющий дисковый рефлектор [7]. Такой облучатель создает однонаправленную ДН почти с осевой симметрией (см. (4.12) и (4.13)), хорошо аппроксимируемую функцией

$$F_{ОБЛ}(\psi) = \cos\psi \sin(\frac{\pi}{2}\cos\psi) \approx \cos^2\psi;\ \ 2\psi_{0,5E} < 2\psi_{0,5H}. \qquad (4.44)$$

На рис. 4.16 и 4.17 показаны вибраторные облучатели, возбуждаемые прямоугольным волноводом с волной типа H_{10}.

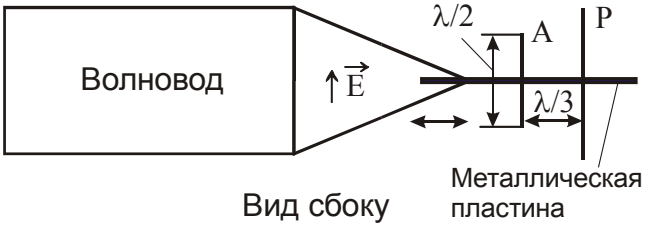


Рис. 4.16

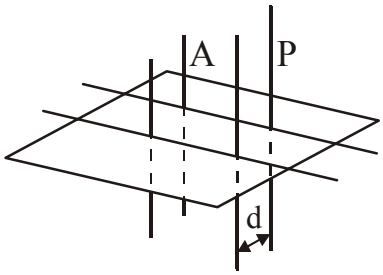


Рис. 4.17

Вибраторы крепятся к тонкой металлической пластине, которая устанавливается в середине волновода перпендикулярно линиям электрического поля. Такое расположение пластины не искажает структуры поля в волноводе. Вибраторы расположены параллельно вектору $\vec{E}$ и в них наводятся токи. Более удаленный от зеркала вибратор P является рефлектором, поэтому его длина берется несколько большей, чем $\lambda/2$, а расстояние между вибраторами A и P устанавливается около $\lambda/3$. ДН облучателя, приведенного на рис. 4.16, в плоскостях E и H приближенно определяется выражениями

$$F_{ОБЛ\,E}(\psi) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\sin\psi\right)}{\cos\psi}\cos\left[\frac{\pi}{4}(\cos\psi - 1)\right], \qquad (4.45)$$

$$F_{ОБЛ\,H}(\psi) = \cos\left[\frac{\pi}{4}(\cos\psi - 1)\right]. \qquad (4.46)$$

Из (4.45) и (4.46) видно, что ДН облучателя в плоскости H шире, чем в плоскости E. Для сужения ДН в плоскости H и приближения ДН облучателя к ДН с осевой симметрией применяется облучатель, состоящий из четырех вибраторов (см. рис. 4.17). ДН такого облучателя в плоскости E определяется по (4.45), а в плоскости H – по формуле

$$F_{ОБЛ\,H}(\psi) = \cos\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\psi\right)\left[\frac{\pi}{4}(\cos\psi - 1)\right]. \qquad (4.47)$$

Для выполнения равенства ДН $F_{ОБЛ\ H}(\psi) = F_{ОБЛ\ E}(\psi)$ расстояние d должно быть несколько меньше $\lambda/2$. Возбуждение вибраторов можно

регулировать путем перемещения пластины вдоль оси волновода.

Волноводно-рупорные облучатели представляют собой либо открытый конец волновода, либо небольшой рупор, соединенный с волноводом. Применяются волноводы как прямоугольного сечения с волной H_{10}, так и круглого сечения с волной H_{11}.

Круглый волновод имеет преимущества перед прямоугольным, так как его ДН в плоскостях E и H отличаются незначительно и вся ДН по форме приближается к поверхности тела вращения вокруг оптической оси. Кроме того, при облучении зеркала круглым волноводом значительно уменьшается паразитная поляризация в раскрыве зеркала. Это объясняется тем, что круглый волновод сам имеет паразитную поляризацию (см. рис. 1.8), но противоположного направления по сравнению с паразитной поляризацией зеркала, образующейся при облучении его линейно-поляризованным полем (см. рис. 4.5). В результате паразитная составляющая E_y в значительной степени компенсируется, что ведет к снижению УБЛ в ДН зеркала. Выражения для ДН облучателей в виде открытых концов прямоугольного и круглого волноводов приведены в работе [13].

ДН облучателя в виде пирамидального рупора определяются выражениями (4.14), (4.15), а размеры раскрыва рупора a_p и b_p находятся из условия наибольшего КПД ПВ

$$\cos^2(\psi/2)F_{\text{ОБЛ E}}(\psi)\Big|_{\psi=\psi_0} = 0{,}316, \qquad (4.48)$$

$$\cos^2(\psi/2)F_{\text{ОБЛ H}}(\psi)\Big|_{\psi=\psi_0} = 0{,}316. \qquad (4.49)$$

Облучатель Катлера, показанный на рис. 4.18, а, нашел широкое применение как облучатель ПВ на сантиметровых волнах при относительно небольшой мощности излучения. Это объясняется простотой его конструкции и небольшими размерами, что обеспечивает незначительное затенение раскрыва зеркала.

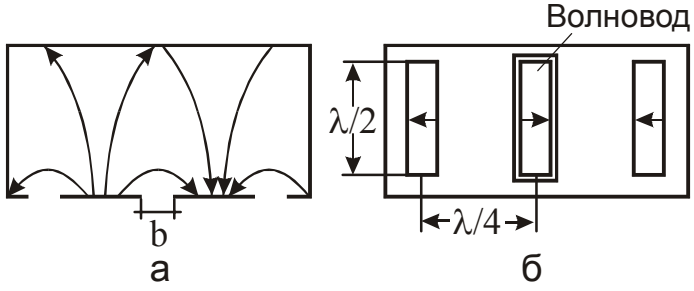


Рис. 4.18

Фронт волны такого облучателя очень близок к сферическому. Полуволновые щели обычно закрывают пластинами из какого-нибудь высококачественного диэлектрика для герметизации облучателя. Питающий волновод сужается по мере приближения его к излучающим щелям, которые располагаются симметрично относительно волновода (рис. 4.18, б). Сужение гарантирует хорошее согласование, уменьшает влияние волновода на поле, создаваемое щелями, и улучшает выбор необходимого расстояния между щелями d. Необходимо, конечно, чтобы ДН в E- и H-плоскостях мало отличались друг от друга. Это имеет место при $d \approx 0{,}5\lambda$.

ДН такого облучателя можно рассчитать по следующим формулам:

– в плоскости E

$$F_{\text{ОБЛ E}}(\psi) = \cos\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\psi\right); \qquad (4.50)$$

– в плоскости H

$$F_{\text{ОБЛ H}}(\psi) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\sin\psi\right)}{\cos\psi}. \qquad (4.51)$$

Решая при $\psi = \psi_0$ уравнение

$$\cos\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\psi_0\right) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\sin\psi_0\right)}{\cos\psi_0},$$

найдем то значение d, которое обеспечит одинаковые пьедесталы в плоскостях E и H. Значения пьедесталов определяются по таким формулам:

– в плоскости E

$$T_E = \cos^2(\psi_0/2)\cos(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\psi_0); \qquad (4.52)$$

– в плоскости H

$$T_H = \cos^2(\psi_0/2)\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\sin\psi_0\right)}{\cos\psi_0}. \qquad (4.53)$$

Тогда ДН ПВ можно рассчитывать по формуле (4.19).

4.5. Параболический цилиндр и его облучатели

Параболический цилиндр (ПЦ) возбуждается линейным облучателем, располагающемся вдоль фокальной линии зеркала FF′ (рис. 4.19) и имеющем длину, приблизительно равную длине образующей цилиндра $d_г$, причем $d_г >> \lambda$.

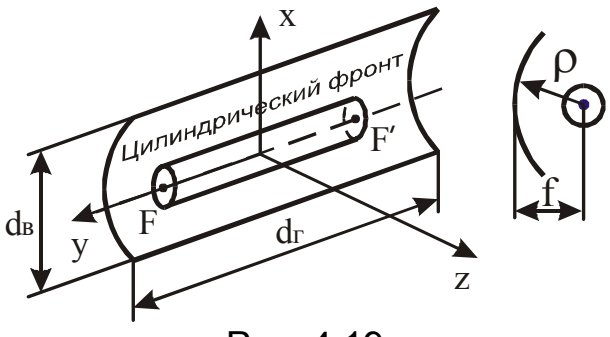


Рис. 4.19

Линейный облучатель конечных размеров на небольших расстояниях от себя создает цилиндрическую волну, имеющую две основные зоны:

1) ближнюю, находящуюся в непосредственной близости от облучателя;

2) квазидальнюю, расположенную на расстояниях r, которые удовлетворяют неравенству $\lambda < r < d_г^2/\lambda$; квазидальняя зона является областью, в пределах которой волна, создаваемая линейным облуча-

телем, является цилиндрической.

Для нормальной работы зеркала необходимо, чтобы оно находилось в зоне действия цилиндрической волны, создаваемой облучателем, т.е. в квазидальней зоне. Это условие равносильно выполнению следующих неравенств, которые обычно легко выполняются (см. рис. 4.19):

$$d_г >> \lambda;\ \ f >> \lambda;\ \ \rho_0 < d_г^2/\lambda\ . \qquad (4.54)$$

Поле в плоскости, перпендикулярной фокальной оси цилиндра (плоскость $X0Z$ на рис. 4.19), формируется так же, как в случае параболоида вращения. Пренебрегая краевыми эффектами на концах зеркала, можем считать, что распределение поля в другой главной плоскости (плоскость $Y0Z$) не зависит от распределения поля в плоскости $X0Z$, а целиком определяется полем излучения облучателя. Отсутствие связи в распределении полей в главных плоскостях существенно облегчает формирование нужной веерной ДН [8].

Обычно линейный облучатель создает поле, зависимостью которого от координаты y в пределах зеркала можно пренебречь. В этом случае в раскрыве ПЦ будет синфазное поле, амплитуда которого вдоль оси y не меняется:

$$A(y) = 1\ ;\ \Phi(y) = \text{const}, \qquad (4.55)$$

где $A(y)$ – амплитудное, а $\Phi(y)$ – фазовое распределение в плоскости $Y0Z$.

Поле излучения ПЦ можно рассчитать, как и в случае ПВ, двумя методами: определением плотности токов на поверхности зеркала и апертурным методом. Отличие ПЦ от ПВ будет в более простой форме поверхности зеркала, а также в том, что падающая от облучателя на зеркало волна не сферическая, а цилиндрическая, и ее амплитуда убывает пропорционально $\sqrt{f/\rho}$.Тогда амплитудное распределение в плоскости профиля ПЦ в отличие от (4.11) будет иметь вид [17]

$$A(R') = \sqrt{f/\rho}F_{ОБЛ}(\psi) = \cos(\psi/2)F_{ОБЛ}(\psi)\,, \qquad (4.56)$$

где $R' = R/R_0$ – нормированная координата (см. рис. 4.8), а для ПЦ $d_в = 2R_0$.

Из сравнения (4.56) и (4.11) видно, что при облучателях, которые в плоскости профиля имеют одинаковую ДН, ПЦ будет облучаться равномернее, чем ПВ. Значит, следует ожидать, что при одинаковых размерах раскрывов в этой плоскости ДН ПЦ будет острее ДН ПВ [13].

Приближенно ДН ПЦ в плоскости профиля можно рассчитать по формуле (4.19), учитывая, что $R_0 = d_в/2$, и определяя пьедестал из (4.56), как

$$T = \cos(\psi_0/2)F_{ОБЛ}(\psi_0). \qquad (4.57)$$

Более точные формулы для ДН ПЦ, выраженные через лямбда-функции полуцелого порядка, приведены в работе [18].

ДН ПЦ в плоскости образующей рассчитывается согласно (4.55), как для линейного синфазного равноамплитудного раскрыва:

$$F_{ОБР}(\theta) = \cos^2\frac{\theta}{2}\frac{\sin\left(\frac{\pi d_г}{\lambda}\sin\theta\right)}{\frac{\pi d_г}{\lambda}\sin\theta}. \qquad (4.58)$$

Недостатком антенн с цилиндрическими зеркалами является сложность создания эффективных линейных облучателей. В качестве последних применяют секториальные рупоры, линейную систему щелей или вибраторов, возбуждаемых волноводом, сегментно-параболическую антенну.

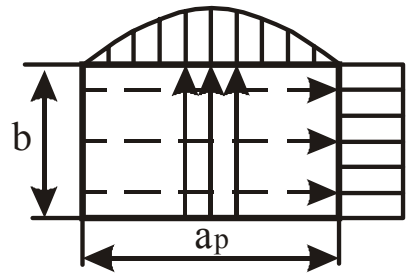


Рис. 4.20

Выбор H- или E-плоскостного рупора зависит от выбора поляризации поля, излучаемого ПЦ.

При вертикально-поляризованном поле ПЦ в качестве облучателя используют H-плоскостной рупор (рис. 4.20), широкая стенка которого $a_p = d_г$ располагается вдоль фокальной линии FF′ ПЦ (см. рис. 4.19).

ДН такого облучателя имеют вид:

– в плоскости образующей (плоскости H)

$$F_{ОБЛ\,H}(\psi) = \cos^2\frac{\psi}{2}\frac{\cos\left(\frac{\pi a_p}{\lambda}\sin\psi\right)}{1-\left(\frac{2a_p}{\lambda}\sin\psi\right)^2}; \qquad (4.59)$$

– в плоскости профиля (плоскости E)

$$F_{ОБЛ\,E}(\psi) = \cos^2\frac{\psi}{2}\frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda}\sin\psi\right)}{\frac{\pi b}{\lambda}\sin\psi}, \qquad (4.60)$$

где b – размер узкой стенки прямоугольного волновода, возбуждающего H-плоскостной рупор.

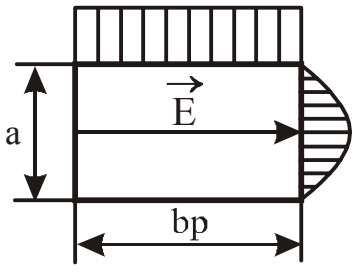


Рис. 4.21

При горизонтально-поляризованном поле ПЦ в качестве облучателя используют E-плоскостной рупор (рис. 4.21), широкая стенка которого $b_p = d_г$ располагается вдоль фокальной линии FF′ ПЦ (см. рис. 4.19).

ДН такого облучателя имеют вид:

– в плоскости образующей (плоскости E)

$$F_{ОБЛ\,E}(\psi) = \cos^2\frac{\psi}{2}\frac{\sin\left(\frac{\pi b_p}{\lambda}\sin\psi\right)}{\frac{\pi b_p}{\lambda}\sin\psi}; \qquad (4.61)$$

– в плоскости профиля (плоскости H)

$$F_{ОБЛН}(\psi) = \cos^2\frac{\psi}{2}\,\frac{\cos\left(\frac{\pi a}{\lambda}\sin\psi\right)}{1-\left(\frac{2a}{\lambda}\sin\psi\right)^2}, \qquad (4.62)$$

где a – размер широкой стенки прямоугольного волновода, возбуждающего E-плоскостной рупор.

Тогда в плоскости образующей ДН ПЦ для H-плоскостного рупора будет определяться по формуле (4.59) при замене в ней ψ на θ, $a_р$ на $d_г$, а для E-плоскостного рупора – по формуле (4.61) при замене в ней ψ на θ, $b_р$ на $d_г$.

В плоскости профиля для обоих рупоров можно воспользоваться формулой (4.19), для которой при вычислении пьедесталов необходимо воспользоваться формулой (4.57) и формулами для ДН облучателей (4.60) и (4.62).

В случае волноводно-щелевых облучателей выбор способа расположения щелей на стенках волновода также определяется поляризацией ПЦ в целом.

При вертикально-поляризованном поле ПЦ используются волноводно-щелевые облучатели с n продольными щелями в широкой (рис. 4.22) или узкой (рис. 4.23) стенке прямоугольного волновода.

ДН таких облучателей в плоскости образующей (плоскости H) имеют вид:

– для рис. 4.22

$$F_{ОБЛН}(\psi) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\sin\psi\right)}{\cos\psi}\,\frac{\sin\left(\frac{n\pi}{2}\frac{\lambda_В}{\lambda}\sin\psi\right)}{n\sin\left(\frac{\pi}{2}\frac{\lambda_В}{\lambda}\sin\psi\right)}; \qquad (4.63)$$

– для рис. 4.23

$$F_{ОБЛН}(\psi) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\sin\psi\right)}{\cos\psi}\,\frac{\sin\left(n\pi\frac{\lambda_В}{\lambda}\sin\psi\right)}{n\sin\left(\pi\frac{\lambda_В}{\lambda}\sin\psi\right)}, \qquad (4.64)$$

где $\lambda_в = \lambda\Big/\sqrt{1-(\lambda/2a)^2}$ – длина волны H_{10} в прямоугольном волноводе;

n – количество щелей.

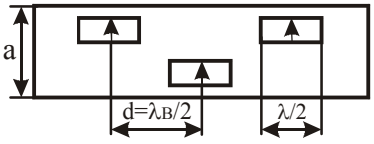


Рис. 4.22

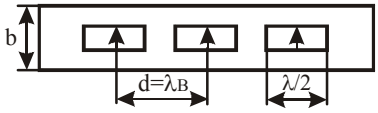


Рис. 4.23

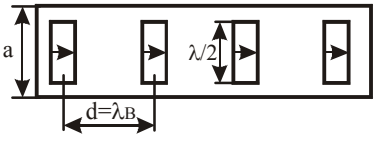


Рис. 4.24

ДН облучателей, изображенных на рис. 4.22 и 4.23, в плоскости профиля (плоскости E) имеют вид

$$F_{\text{ОБЛ E}}(\psi) = 1. \qquad (4.65)$$

При горизонтально-поляризованном поле ПЦ используются волноводно-щелевые облучатели с поперечными щелями в широкой стенке волновода (рис. 4.24).

ДН такого облучателя в плоскости образующей (плоскости E) имеет вид

$$F_{\text{ОБЛE}}(\psi) = \frac{\sin\left(n\pi\frac{\lambda_{\text{В}}}{\lambda}\sin\psi\right)}{n\sin\left(\pi\frac{\lambda_{\text{В}}}{\lambda}\sin\psi\right)}, \qquad (4.66)$$

а в плоскости профиля (плоскости H) –

$$F_{\text{ОБЛH}}(\psi) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\sin\psi\right)}{\cos\psi} \approx \cos\psi\,. \qquad (4.67)$$

При ДН облучателей вида (4.63), (4.64) и (4.66) ПЦ в плоскости образующей облучается равномерно, и его ДН в этой плоскости определяется выражением (4.58).

Выражения для ДН ПЦ в плоскости профиля при ДН облучателя вида (4.65) и (4.67) приведены в [13,18]. Приближенно они могут быть рассчитаны по формуле (4.19) при пьедесталах, найденных из выражения (4.57). На рис. 4.25 показана одна из возможных схем облучающей антенны, состоящей из ряда полуволновых вибраторов, возбужденных волноводом. Как видно, расстояние между соседними вибраторами равно $\lambda_{\text{в}}/2$ ($\lambda_{\text{в}}$ – длина волны в волноводе). Питание вибраторов осуществляется с помощью зондов, погруженных в волновод. Зонды поочередно присоединяются то к левому, то к правому плечу вибраторов, что обеспечивает синфазное возбуждение вибраторов. На концах волновода устанавливаются поршни, позволяющие регулировать согласование с питающей линией [19].

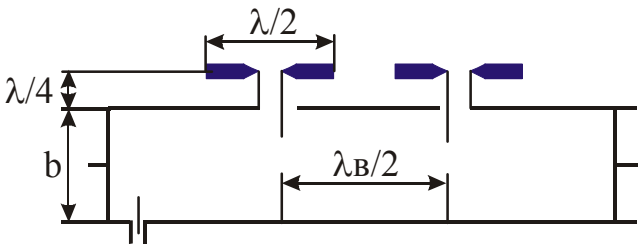


Рис. 4.25

Такой облучатель используется в ПЦ, создающем поле с горизонтальной поляризацией. Его ДН в плоскости образующей (плоскости E) имеет вид

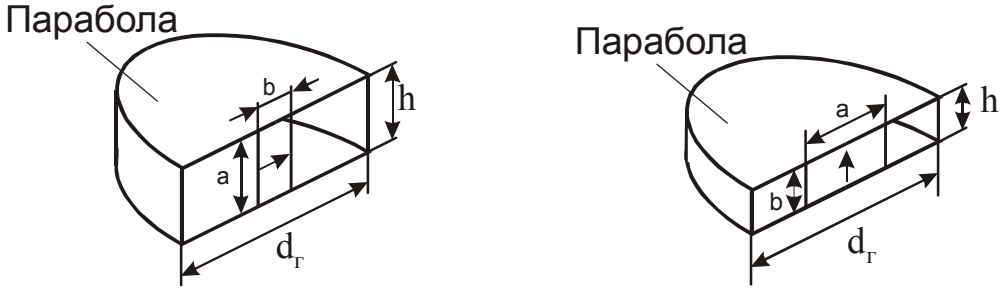
$$F_{\text{ОБЛE}}(\psi) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\sin\psi\right)}{\cos\psi}\cos\left(\frac{\pi}{2}\sin\psi\right)\frac{\sin\left(n\pi\frac{\lambda_{\text{В}}}{\lambda}\sin\psi\right)}{n\sin\left(\frac{\pi}{2}\frac{\lambda_{\text{В}}}{\lambda}\sin\psi\right)}, \qquad (4.68)$$

а в плоскости профиля (плоскости H) –

$$F_{\text{ОБЛ Н}}(\psi) = \cos(\frac{\pi}{2}\sin\psi) \approx \cos\psi. \qquad (4.69)$$

Для такого облучателя ДН ПЦ в плоскости образующей определяется по формуле (4.58), а в плоскости профиля – либо по формуле (4.19), либо по более точным формулам, приведенным в [13,18].

Облучатель ПЦ в виде ***сегментно-параболической антенны*** (***СПА***) приведен на рис. 4.26.



а б

Рис. 4.26

Если прямоугольный волновод, возбуждающий СПА, расположен так, как показано на рис. 4.26, а, то СПА носит название "сыр", а если так, как показано на рис. 4.26, б, – "пилбокс". Расстояние между пластинами СПА h для варианта "пилбокс" меньше $\lambda/2$, и между ними распространяется волна ТЕМ. Для варианта "сыр" $\lambda/2 < h < \lambda$, и между пластинами распространяется волна H_{10} [13,20].

ДН в обеих плоскостях для СПА "сыр" и для ПЦ будут такими же, как в случае облучателя в виде E-плоскостного рупора с $a = h$. Точно так же для СПА "пилбокс" и для ПЦ ДН в обеих плоскостях будут такими же, как в случае облучателя в виде H-плоскостного рупора с $b = h$.

4.6. Реакция зеркала на облучатель и способы ее устранения

Расположение облучателя перед зеркалом приводит к его затенению, уменьшению действующей площади его раскрыва, расширению главного лепестка ДН, увеличению УБЛ, уменьшению КПД и КУ и ухудшению согласования самого облучателя.

По этим причинам применяют меры для уменьшения интенсивности волны, попадающей в облучатель.

На практике нашли применение следующие способы:

- удаление облучателя из зоны действия отраженной от зеркала волны (применение несимметричных зеркал);
- устранение отражений от вершины зеркала;
- установка компенсирующей пластины у вершины зеркала;
- развязка по поляризации между отраженной от зеркала волной и облучателем.

Используя первый способ, который носит название ***offset***, зерка-

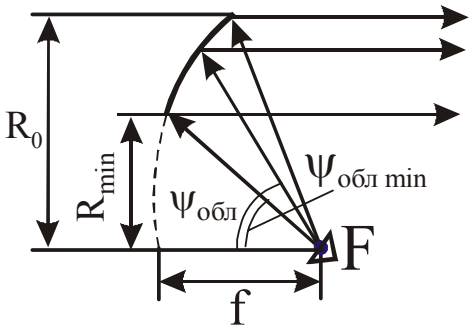


Рис. 4.27

ло делают несимметричным (рис. 4.27). Облучатель устанавливают в фокусе зеркала, но наклоняют его на некоторый угол $\psi_{ОБЛ}$ к оптической оси, который выбирают из соотношения [5]

$$\psi_{ОБЛ} = 2\mathrm{arctg}\left[\frac{R_0}{4f}\left(1-\frac{R_{min}}{R_0}\right)\right]. \qquad (4.70)$$

Угол $\psi_{ОБЛ\ min}$, под которым из фокуса видно нижнюю кромку зеркала, имеет величину $\psi_{ОБЛ\ min} = 2\ldots10^{o}$ [13]. Облучатель несимметричного зеркала должен иметь более узкую ДН, чем в случае симметричного. Несимметричные зеркала обычно изготавливаются с углами раскрыва $2\psi_0 = 90\ldots120^{o}$.

Несимметричная (офсетная) антенна принципиально является широкополосной, так как в ней практически отсутствует реакция зеркала на облучатель. Контур зеркала обычно выбирают близким к контуру равноинтенсивного облучения.

Применяя второй способ, центральную часть зеркала вырезают или покрывают поглощающим материалом (рис. 4.28). Площадь поглощающего слоя (отверстия) выбирают равной действующей площади облучателя:

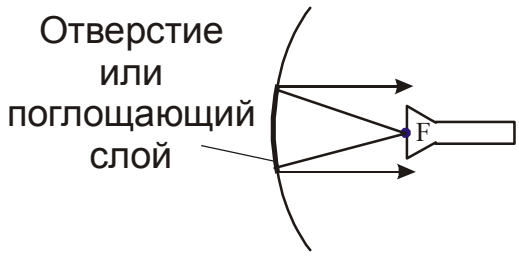


Рис. 4.28

$$S_{ОТВ} = \frac{\lambda^2}{4\pi} D_{mОБЛ}. \qquad (4.71)$$

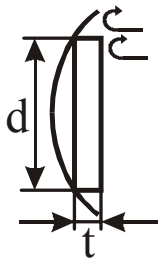


Рис. 4.29

Компенсирующие пластины у вершины зеркала (рис. 4.29) устанавливают в целях создания около облучателя поля пластины, сдвинутого на угол π относительно поля зеркала. В качестве такой пластины обычно используют металлический диск, диаметр которого d и толщину t можно определить по формулам

$$d = 1{,}1\sqrt{\lambda f}\ ,\ \ t = (2n+1)\lambda/4 - 5\lambda/24,\ \ n = 0, 1, 2,\ldots \qquad (4.72)$$

Слагаемое $5\lambda/24$ в (4.72) служит поправкой на кривизну зеркала.

Пусть $n = 0$, $t = \lambda/4$ и фаза поля облучателя у пластины $\psi_{пл} = 0$. От пластины до зеркала волна пройдет путь $t|_{к\ зеркалу} = \lambda/4$ и сдвинется по фазе на угол $kt|_{к\ зеркалу} = \pi/2$.

Отразившись от зеркала к началу пластины волна снова пройдет путь $t|_{от\ зеркала} = \lambda/4$ и сдвинется по фазе на угол $kt|_{от\ зеркала} = \pi/2$. Таким образом, отраженные непосредственно от пластины и зеркала волны сдвинутся по фазе на π и будут компенсировать друг друга. Диск должен иметь надежный электрический контакт с зеркалом для создания непрерывного пути для токов.

Четвертый способ основывается на том, что линейно-поляризованный облучатель не будет принимать волну, плоскость

поляризации которой повернута на 90° относительно плоскости поляризации облучателя. Поворот можно осуществить, если прикрепить к поверхности зеркала систему параллельных пластин (рис. 4.30) высотой в четверть волны, расположенных под углом 45° к вектору $\vec{E}$ облучателя на расстоянии $\lambda/8 \ldots \lambda/10$ друг от друга.

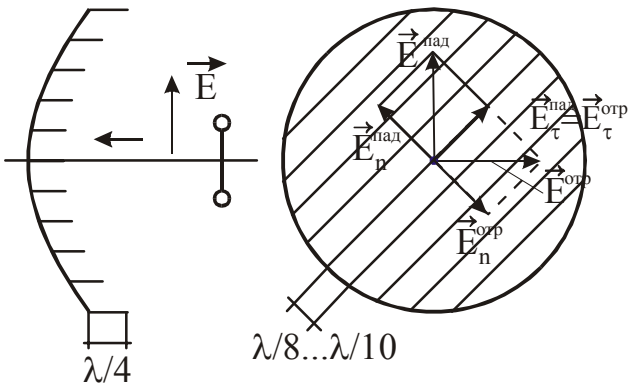


Рис. 4.30

Разложим вектор $\vec{E}^{ПАД}$ на две составляющие: $\vec{E}_{\tau}^{ПАД}$, параллельную пластинам, и $\vec{E}_{n}^{ПАД}$, нормальную к пластинам. Составляющая $\vec{E}_{\tau}^{ПАД}$ отразится от пластин, так как между ними она распространяться не может. Тогда $\vec{E}_{\tau}^{ОТР}$ будет ориентирована так же, как и $\vec{E}_{\tau}^{ПАД}$ (естественный поворот на π при отражении от пластин и от зеркала не учитываем). Составляющая $\vec{E}_{n}^{ПАД}$ отразится от поверхности зеркала, так как пластины на нее не влияют. В результате двойного прохождения пути $\lambda/4$ (высоты пластин) составляющая $\vec{E}_{n}^{ОТР}$ по отношению к составляющей $\vec{E}_{n}^{ПАД}$ у системы пластин будет сдвинута по фазе на 180°. Складываясь с $\vec{E}_{\tau}^{ОТР}$, она дает результирующий вектор $\vec{E}^{ОТР}$, повернутый на 90° относительно $\vec{E}^{ПАД}$ (см. рис. 4.30). Отраженное от системы пластин горизонтально-поляризованное поле не будет оказывать влияния на вертикально-поляризованный облучатель.

Кроме пластин для поворота плоскости поляризации можно использовать систему металлических проводов. Провода укладывают на диэлектрик, расположенный на зеркале, поэтому толщина диэлектрика должна равняться четверти длины волны $\lambda_д$ в нем, т.е. $\lambda_д/4$.

Описанное устройство носит название ***твистрефлектора*** [20].

Если высоту пластин в рассмотренной системе сделать равной $\lambda/8$, то в результате двойного прохождения этого пути $\vec{E}_{n}^{ОТР}$ сдвинется по фазе относительно $\vec{E}_{n}^{ПАД}$, а значит, и относительно $\vec{E}_{\tau}^{ПАД} = \vec{E}_{\tau}^{ОТР}$ на угол $\psi = k\,(\lambda/8|_{к\ зеркалу} + \lambda/8|_{к\ пластинам}) = \pi/2$, т.е. будем иметь

$$\vec{E}_{n}^{ОТР} = \vec{E}_{n}^{ПАД} e^{-i\pi/2} = \vec{E}_{\tau}^{ОТР} e^{-i\pi/2}.$$

Таким образом, в отраженной от системы волне существуют две составляющие $\vec{E}_{\tau}^{ОТР}$ и $\vec{E}_{n}^{ОТР}$ одинаковой частоты, которые взаимно перпендикулярны, примерно равны по величине $|\vec{E}_{\tau}^{ОТР}| \approx |\vec{E}_{n}^{ОТР}|$ и сдвинуты по фазе на $\pi/2$. Выполняются все условия образования поля с круговой поляризацией. В результате при линейном облучателе и использовании такой системы пластин (проводов) ЗА будет излучать

круглополяризованное поле. В таких случаях описанное устройство называют ***ротарефлектором*** [20].

В случае двухзеркальных антенн (Кассегрена, Грегори, Шварцшильда) при получении остронаправленного излучения осевой размер антенной системы оказывается очень большим. Уменьшить его можно, приближая вспомогательное зеркало (гиперболоид в системе Кассегрена) к основному. Однако при этом возникает настолько сильное затенение основного зеркала (параболоида), что исчезают все преимущества двухзеркальной антенны. Для того чтобы осевой размер сделать минимальным и одновременно устранить затенение, поступают следующим образом.

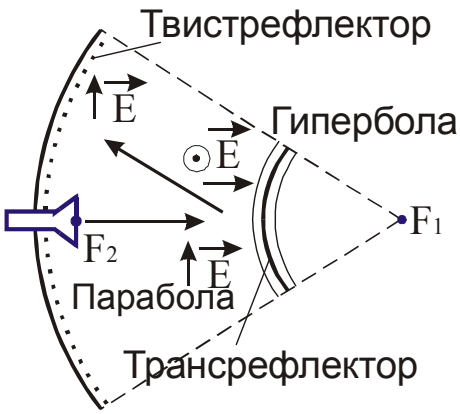


Рис. 4.31

У основного зеркала располагают твистрефлектор, а вспомогательное зеркало (гиперболоид) выполняют из вертикальных проводов (пластин) (рис. 4.31).

Облучатель с вертикальной поляризацией устанавливают у основного зеркала во втором фокусе гиперболоида F_2. Для вертикально-поляризованной волны, излученной облучателем, система вертикальных пластин гиперболоида оказывается запредельной, и волна отражается в сторону основного зеркала, не поменяв плоскости поляризации. Твистрефлектор вместе с основным зеркалом поворачивает плоскость поляризации на 90^o и отраженная от твистрефлектора горизонтально-поляризованная волна свободно проходит сквозь вертикально-поляризованное вспомогательное зеркало, которое поэтому называют ***трансрефлектором***.

4.7. Допуски на изготовление ЗА. Парусность

Требования к изготовлению ЗА определяются величиной допустимого отклонения фазы поля в раскрыве. Эти отклонения не должны превышать $\Delta\psi_{доп} = \pi/4$, так как при больших отклонениях фазы ДН ЗА заметно искажается.

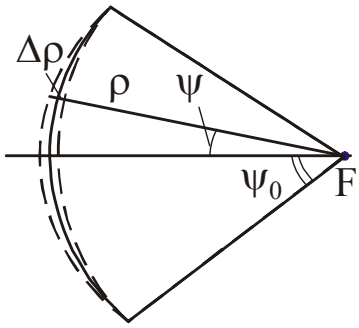


Рис. 4.32

Обычно рассматриваются неточности изготовления таких видов:

– поверхность зеркала отклонена от расчетной;

– фазовый центр облучателя смещен из фокуса вдоль оптической оси;

– фазовый центр облучателя смещен из фокуса в фокальной плоскости.

Отклонение поверхности зеркала от расчетной может происходить по обе стороны зеркала (рис. 4.32). Оно является случайным, и заранее нельзя сказать, в какую именно сторону произойдет отклонение на различных участках. В работе [10] показано, что при $\Delta\psi_{доп} \le \pi/4$

допустимое отклонение

$$\Delta\rho_{доп} \le \lambda/16(1 + \cos\psi_0). \qquad (4.73)$$

Наибольшее искажение фазы будет при $\psi = 0^o$, т.е. около вершины зеркала, поэтому $\Delta\rho_{max} \le \lambda/32$.

Статистический анализ влияния на КНД неточностей при изготовлении профиля зеркала показывает, что при $\Delta\rho \le 0{,}1\lambda$ КНД снижается по сравнению с расчетным не более чем на 20%.

При изготовлении и в процессе эксплуатации возможность выдерживать абсолютный допуск $\Delta\rho$ тем меньше, чем больше размеры зеркала. Поэтому невозможно построить ЗА со сколь угодно большим КНД. При современной технологии максимально допустимый размер зеркал для антенн, установленных на движущихся объектах, не превышает 1000λ, а для наземных антенн – 2000λ [16].

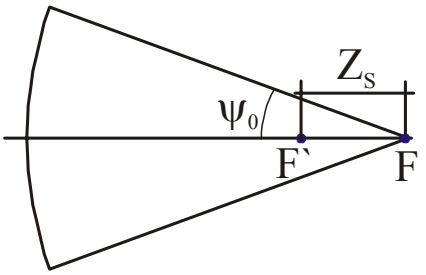


Рис. 4.33

Смещение фазового центра из фокуса вдоль оптической оси (рис. 4.33) приводит к симметричным квадратичным фазовым ошибкам в раскрыве зеркала. Его ДН при этом расширяется и даже раздваивается, а боковые лепестки возрастают. Но форма ДН ЗА остается симметричной.

Как показано в [8,12], при $\Delta\psi_{доп} \le \pi/4$ допустимое смещение фазового центра облучателя в сторону зеркала, при котором ДН ЗА искажается в допустимых пределах, таково:

$$Z_S \le \lambda/8(1 - \cos\psi_0) \qquad (4.74)$$

или

$$Z_S \le \lambda(R_0^2 + p^2)/16R_0^2\ . \qquad (4.75)$$

При больших Z_S ДН ЗА расширяется, а КНД и КУ уменьшаются больше, чем это допускается условиями нормальной работы. Из (4.74), (4.75) следует, что точность установки фазового центра облучателя у глубоких зеркал должна быть большей, чем у мелких. При смещении облучателя из фокуса от зеркала расширение ДН меньше, так как изменяющееся при смещении облучателя вдоль оси амплитудное распределение в этом случае становится более равномерным. Однако УБЛ при этом будет больше, чем при смещении облучателя к зеркалу [5].

Смещение облучателя из фокуса в фокальной плоскости может быть случайным из-за неточности изготовления, а может быть преднамеренным – для отклонения направления максимума ДН ЗА от оптической оси антенны (рис. 4.34).

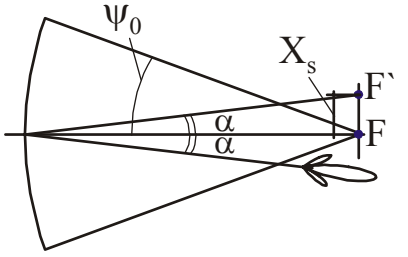


Рис. 4.34

При отклонении облучателя из фокуса на угол α вся ДН ЗА отклонится от оптической оси на такой же угол α в сторону, противоположную смещению облучателя X_S. Для зеркал

средней глубины ($\psi_0 = 60\ldots90^o$) приближенно можно считать, что ДН искажается незначительно, если угол отклонения главного лепестка ДН не превышает его ширину по половине мощности, т.е. $\alpha \le 2\theta_{0,5}$.

Допустимый вынос облучателя из фокуса определяется из выражения [13]

$$X_S \le (0{,}5\ldots0{,}6)\lambda/\sin\psi_0. \qquad (4.76)$$

Если X_S превысит допустимые значения, фаза поля в раскрыве будет изменяться по кубическому закону, что, как известно из работы [21], приведет кроме поворота ДН к ее искажению: главный лепесток расширится и станет асимметричным с более крутым фронтом в сторону поворота, боковые лепестки в сторону поворота возрастут, а в противоположную сторону – уменьшатся. Чем мельче зеркало, тем меньшими будут фазовые искажения при том же угловом смещении облучателя, т.е. тем на больший угол можно отклонить ДН, сохраняя ее форму.

В целях облегчения зеркала и уменьшения давления ветра на него (парусности) зеркало изготовляют не из сплошного металлического листа, а из сетки проводов или параллельных пластин (как в трансреф-лекторе), а также из перфорированных листов. Размер отверстий в плоскости, перпендикулярной вектору $\vec{E}$, должен быть меньше $\lambda/2$ ($\lambda/8\ldots\lambda/10$). Расстояния между элементами решетки из пластин или проводов, параллельные вектору $\vec{E}$, также должны быть такими.

При выполнении этих условий пространство между каждыми двумя соседними элементами решетки обладают свойствами волновода с размерами, меньшими критических. Электромагнитное поле в зазорах сильно затухает, а преобладающая часть энергии отражается от решетки в сторону прихода энергии. Затухание энергии в зазорах тем больше (коэффициент прохождения тем меньше), чем меньше расстояние между элементами решетки и чем шире элементы.

Хотя проходящая через решетчатую поверхность мощность в сотни раз меньше отраженной, наличие ее может вызвать большие помехи при работе антенны, например в РЛС. Дело в том, что расстояние до местных предметов, обычно находящихся сзади рефлектора, в сотни и тысячи раз меньше расстояния до объекта, облучаемого основным лепестком ДН антенны. Поэтому отраженные от местных предметов сигналы, которые в РЛС играют роль помех, могут значительно превысить уровень полезного сигнала, если коэффициент прохождения недостаточно мал [2].

5. ЩЕЛЕВЫЕ АНТЕННЫ

Щелевая антенна (***ЩА***) представляет собой отверстие, прорезанное в металлической поверхности и возбуждаемое источником электромагнитных колебаний. Преимущественное применение находят антенны в виде прямоугольных узких щелей шириной $d = (0{,}03\ldots0{,}05)\lambda$ и

длиной $2\ell \approx \lambda/2$ (рис. 5.1). Такую ЩА, прорезанную в бесконечно тонком идеально проводящем экране неограниченных размеров называют ***идеальной ЩА*** (***ИЩА***).

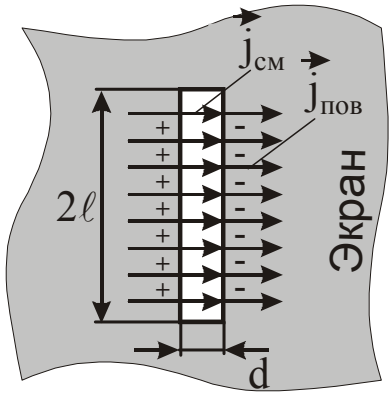


Рис. 5.1

Если по металлической поверхности течет ток с поверхностной плотностью $\vec{j}_{ПОВ}$, а щель расположена так, что пересекает линии тока (см. рис. 5.1), то на кромках щели появляются переменные заряды разного знака, а внутри щели – электрическое поле, силовые линии которого перпендикулярны краям щели (ток смещения с плотностью $\vec{j}_{СМ}$). Напряженность электрического поля, а следовательно, и напряжение между краями щели распределены вдоль ее длины примерно по синусоидальному закону. На концах щели напряжение равно нулю.

Задача о нахождении поля излучения ЩА решается на основе ***принципа двойственности***, который формулируется следующим образом: решение уравнений Максвелла для электрического вектора поля при заданных в отношении этого вектора граничных условиях имеет такой же вид и для магнитного вектора поля при тех же граничных условиях, но заданных в отношении магнитного вектора.

Принцип двойственности или взаимозаменяемости электрического и магнитного полей вытекает из симметрии уравнений Максвелла. Эти уравнения для воздушного пространства, свободного от источников, имеют вид

$$\mathrm{rot}\,\vec{H} = i\omega\varepsilon_0 \vec{E},\ \mathrm{rot}\,\vec{E} = -i\omega\mu_0 \vec{H}. \qquad (5.1)$$

Чтобы придать уравнениям полную симметрию, введем новые переменные одинаковой размерности:

$$\vec{E}_B = \sqrt{i\omega\varepsilon_0}\,\vec{E},\ \ \vec{H}_B = \sqrt{-i\omega\mu_0}\,\vec{H}. \qquad (5.2)$$

Подставляя (5.2) в (5.1), имеем

$$\mathrm{rot}\frac{\vec{E}_B}{\sqrt{i\omega\varepsilon_0}} = -i\omega\mu_0\frac{\vec{H}_B}{\sqrt{i\omega\mu_0}},\ \ \mathrm{rot}\frac{\vec{H}_B}{\sqrt{-i\omega\mu_0}} = -i\omega\varepsilon_0\frac{\vec{E}_B}{\sqrt{i\omega\varepsilon_0}},$$

откуда получим

$$\mathrm{rot}\,\vec{H}_B = k\vec{E}_B,\ \mathrm{rot}\ \vec{E}_B = k\vec{H}_B, \qquad (5.3)$$

где $k = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} = 2\pi/\lambda$ – волновое число свободного пространства.

На рис. 5.2 приведены граничные условия для пластинчатого СВ (индекс 2) и соответствующей ему прямоугольной ИЩА (индекс 1). Как видно из рисунка, граничные условия в отношении электри-

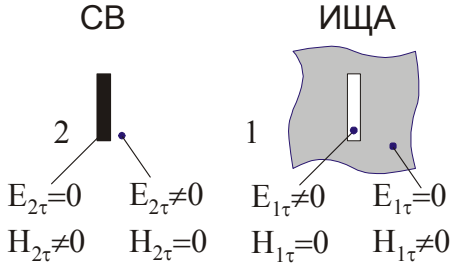


Рис. 5.2

ческого поля для СВ и магнитного для ИЩА (и наоборот) полностью взаимозаменяются:

$$E_{2\tau} = H_{1\tau}\ ;\ H_{2\tau} = E_{1\tau}\ . \qquad (5.4)$$

Взаимозаменяемыми будут и поля, создаваемые СВ и ИЩА.

5.1. Поле излучения идеальной щелевой антенны

Рассмотрим симметричный металлический вибратор длиной 2ℓ, имеющий форму бесконечно тонкой пластины шириной d, и прямоугольную щель таких же размеров, прорезанную в бесконечном идеально проводящем экране (ИЩА). Все величины, относящиеся к СВ, будем обозначать индексом 2, а величины, относящиеся к ИЩА, – индексом 1.

Электрическое поле СВ в дальней зоне имеет вид

$$E_{2\theta} = \frac{60 I_{П2}}{R} e^{-ikR} f(\theta), \qquad (5.5)$$

где $I_{П2} = I_A/\sin k\ell$ – ток в пучности;

I_A – ток в точках питания СВ;

R – расстояние до точки наблюдения в дальней зоне;

$$f(\theta) = \frac{\cos(k\ell\cos\theta) - \cos k\ell}{\sin\theta} \qquad (5.6)$$

– ненормированная ДН СВ;

θ – угол, отсчитываемый от оси СВ.

Магнитные и электрические поля в свободном пространстве связаны соотношением

$$H_{2\varphi} = E_{2\theta}/120\pi,$$

следовательно,

$$H_{2\varphi} = \frac{I_{П2}}{2\pi R} e^{-ikR} f(\theta). \qquad (5.7)$$

Учитывая, что касательная составляющая магнитного поля в непосредственной близости к пластинчатому СВ связана с током $I_П$ соотношением [10]

$$I_{П2} = H_{2\tau} 2d,$$

из (5.7) получим

$$H_{2\varphi} = \frac{H_{2\tau} d}{\pi R} e^{-ikR} f(\theta). \qquad (5.8)$$

Для того, чтобы найти поле излучения щелевого аналога, заменим в (5.8) в соответствии с принципом двойственности $H_{2\varphi}$ на $E_{1\varphi}$, а $H_{2\tau}$ на $E_{1\tau}$:

$$E_{1\varphi} = \frac{E_{1\tau} d}{\pi R} e^{-ikR} f(\theta). \qquad (5.9)$$

Учитывая, что касательная составляющая электрического поля

связана с напряжением в щели $U_П$ выражением [10]

$$E_{1\tau}d = U_{П1},$$

где $U_{П1} = U_A/\sin k\ell$ – напряжение в щели, отнесенное к пучности; U_A – напряжение в точках питания, из (5.9) получим

$$E_{1\varphi} = \frac{U_{П1}}{\pi R} e^{-ikR} f(\theta). \qquad (5.10)$$

Для магнитного поля ИЩА в дальней зоне имеем

$$H_{1\theta} = -E_{1\varphi}/120\pi = -\frac{U_{П1}}{120\pi^2 R} e^{-ikR} f(\theta). \qquad (5.11)$$

Из формул (5.5) и (5.10) следует, что ДН СВ и его щелевого аналога одинаковы, однако ориентация векторов поля различна: при совпадающих осях щели и вибратора поляризация этих излучателей отличается на 90°.

На рис. 5.3 приведены ДН в меридиональной плоскости для полуволновых СВ (рис. 5.3, а) и ИЩА (рис. 5.3, б). Здесь же показаны ориентации векторов $\vec{E}$, $\vec{H}$ и $\vec{П}$ полей, создаваемых СВ и ИЩА в дальней зоне.

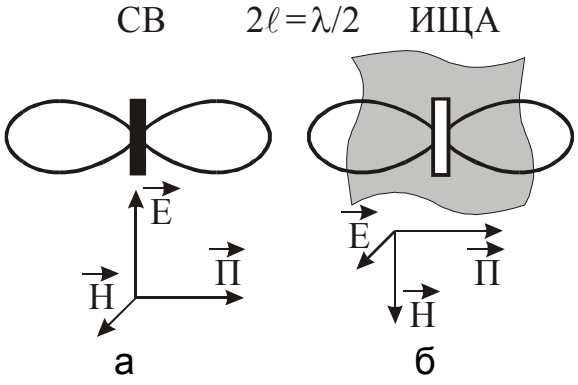


Рис. 5.3

5.2. Входная проводимость и входное сопротивление прямолинейной щелевой антенны

Пусть СВ и его щелевой аналог – двусторонняя прямолинейная щель – создают в ДЗ поля одинаковой интенсивности. Приравнивая правые части формул (5.5) и (5.10), находим условие равенства амплитуд полей излучения:

$$U_{П1} = 60\pi I_{П2}, \qquad (5.12)$$

где $U_{П1}$ и $I_{П2}$ – величины, относящиеся к одинаково расположенным на ЩА и СВ точкам пучности.

Условия (5.12) можно сформулировать так: один ампер тока в СВ вызывает такое же по величине поле излучения, как и 60π вольт в ЩА [10].

Поскольку ДН обоих излучателей одинаковы и, кроме того, интенсивности их полей равны, то можно утверждать, что при выполнении условия (5.12) активная и реактивная мощности будут одинаковы:

$$P_{\Sigma П2} = P_{\Sigma П1}, \quad P_{r2} = P_{r1}.$$

Тогда

$$P_{\Sigma П2} = I^2_{П2} R_{\Sigma П2} = (U_{П1}/60\pi)^2 R_{\Sigma П2} = U^2_{П1} g_{\Sigma 1},$$

откуда активная проводимость щели

$$g_{\Sigma 1} = R_{\Sigma П2}/(60\pi)^2, \qquad (5.13)$$

где $R_{\Sigma П2} = 73{,}1$ Ом – сопротивление излучения полуволнового СВ.

Точно так же

$$P_{г2} = I^2_{П2} X_{A2} = (U_{П1}/60\pi)^2 X_{A2} = U^2_{П1} b_1,$$

откуда реактивная проводимость щели

$$b_1 = X_{A2}/(60\pi)^2. \qquad (5.14)$$

Реактивная составляющая входного сопротивления СВ X_{A2} определяется по формуле

$$X_{A2} \approx \frac{-0{,}5\rho_Э \sin 2k\ell}{(R_{\Sigma П2}/\rho_Э)^2 + \sin^2 k\ell},$$

где $\rho_Э = 120[\ln(\lambda/\pi a_Э) - 0{,}577]$ – эквивалентное волновое сопротивление СВ;

$a_Э = d/4$ – эквивалентный радиус щели.

Для "тонкой" щели $d = 0{,}01\lambda$, $\rho_Э = 512$ Ом. Поскольку $(R_{\Sigma П2}/\rho_Э) << 1$, то $(R_{\Sigma П2}/\rho_Э)^2 <<< 1$ и можно положить

$$X_{A2} \approx -\rho_Э \operatorname{ctg} k\ell,$$

тогда

$$b_1 \approx -\rho_Э \operatorname{ctg} k\ell/(60\pi)^2.$$

Следовательно, полная входная проводимость ЩА

$$Y_1 = g_{\Sigma 1} + ib_1 \approx (R_{\Sigma П2} - i\rho_Э \operatorname{ctg} k\ell)/(60\pi)^2, \qquad (5.15)$$

а полное входное сопротивление СВ

$$Z_{A2} = R_{\Sigma П2} + iX_{A2} \approx R_{\Sigma П2} - i\rho_Э \operatorname{ctg} k\ell. \qquad (5.16)$$

Полное входное сопротивление ЩА

$$Z_{A1} = \frac{1}{Y_1} \approx \frac{(60\pi)^2 (R_{\Sigma П2} + i\rho_Э \operatorname{ctg} k\ell)}{(R_{\Sigma П2})^2 + (\rho_Э \operatorname{ctg} k\ell)^2}. \qquad (5.17)$$

Из формул (5.15) и (5.16) следует, что реактивные составляющие входного сопротивления СВ и входной проводимости его щелевого аналога имеют одинаковый знак. Следовательно, одинаковые по длине ЩА и СВ будут иметь входные сопротивления разного знака. Например, ЩА с $2\ell < \lambda/2$ имеет входное реактивное сопротивление индуктивного характера (5.17), в то время как СВ такой же длины имеет реактивное входное сопротивление емкостного характера (5.16). При $2\ell > \lambda/2$ реактивное входное сопротивление СВ носит индуктивный характер, а реактивное входное сопротивление ЩА – емкостный.

При $2\ell = \lambda/2$ $\operatorname{ctg} k\ell = 0$ и входное сопротивление ЩА будет чисто активным:

$$Z_{A1} = R_{A1} = (60\pi)^2/R_{\Sigma П2} \approx 486 \text{ Ом}.$$

Такое сопротивление не согласуется со стандартными коаксиальными кабелями, но прекрасно согласуется с прямоугольным волноводом. Например, прямоугольный волновод МЭК-100 сечением a x b = 23 x 10 мм имеет на длине волны $\lambda = 3$ см волновое сопротивление [22]

$$W_{H_{10}} = 2bW_0 \Big/ a\sqrt{1-(\lambda/2a)^2} \approx 486 \text{ Ом.}$$

Одноволновая резонансная щель ($2\ell = \lambda$) шириной $d = 0{,}03\lambda$ имеет эквивалентное волновое сопротивление $\rho_Э \approx 380$ Ом. Активная составляющая входного сопротивления СВ определяется как

$$R_{A2} = R_{\Sigma П2}/(R_{\Sigma П2}/\rho_Э)^2$$

и при $R_{\Sigma П2} = 200$ Ом будет $R_{A2} = 722$ Ом. Тогда активная составляющая входного сопротивления ЩА будет

$$R_{A1} = (60\pi)^2/R_{A2} \approx 50 \text{ Ом,}$$

т.е. одноволновая щель в экране может быть возбуждена стандартным коаксиальным кабелем РК-50.

5.3. Щели, прорезанные в стенках прямоугольного волновода

На рис. 5.4 приведены примеры щелей, которые прорезают в стенках прямоугольного волновода с волной H_{10}. Резонансная щель на стенке прямоугольного волновода по основным признакам идентична ИЩА, однако в некоторых отношениях она отличается от нее:

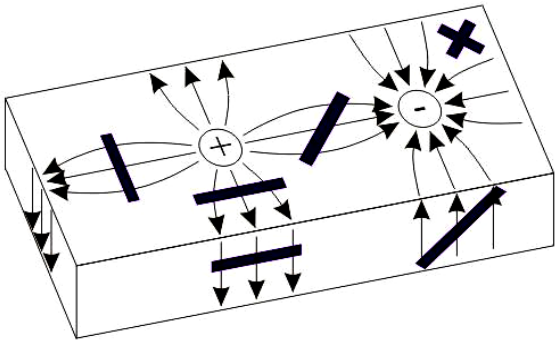


Рис. 5.4

1. Щель в волноводе вырезана не на неограничено большой плоскости, а на плоской стенке конечных размеров.

2. Щель в волноводе односторонне излучает во внешнее пространство, в то время как ИЩА излучает по обе стороны от проводящей плоскости.

3. Независимо от того, является ли волноводно-щелевая антенна передающей или приемной, щель работает и на излучение, и на прием. У передающих антенн щель является по отношению к внешнему пространству передающей, а по отношению к внутреннему полю в волноводе – приемной. У приемных антенн, наоборот, щель является приемной по отношению к внешнему электромагнитному полю и передающей по отношению к волноводу [1].

Отмеченные особенности приводят к таким отступлениям от принципа двойственности:

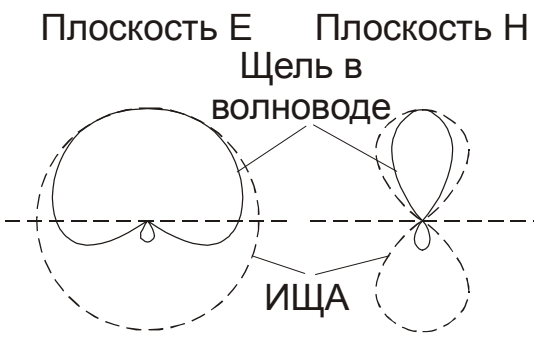


Рис. 5.5

1. Поскольку в рассматриваемом случае щель прорезана в стенке конечных размеров, форма ее ДН отличается от формы ДН ИЩА. ДН щели в стенке волновода приведены на рис. 5.5. Пунктиром показаны ДН в соответствующих плоскостях двухсторонней ИЩА.

2. В связи с тем, что щель в волноводе имеет одностороннее излучение, при вычислении мощности излучения интеграл от вектора Пойнтинга может быть взят лишь по одной полусфере, так как интеграл, взятый по второй полусфере, имеет очень малую величину и может считаться равным нулю. Отсюда и проводимость излучения щели в волноводе получается в два раза меньшей, чем в случае ИЩА:

$$g_{\Sigma 1} = R_{\Sigma П2}/2(60\pi)^2. \qquad (5.18)$$

3. Вследствие одновременной работы щели и на излучение, и на прием вопрос о проводимости щели не может быть решен так просто, как в случае ИЩА. Для определения проводимости щели должна быть найдена зависимость между напряжением в щели и мощностью излучения в волновод. А для этого необходимо решить задачу о возбуждении волновода щелью.

5.4. Возбуждение прямоугольного волновода щелью

Рассмотрим прямоугольный волновод, изображенный на рис. 5.6. Размеры поперечного сечения a и b соответствуют условию $\lambda/2<a<\lambda$, $b < \lambda/2$, так что волновод пропускает только волну H_{10}. Длина щели, прорезанной в широкой стенке волновода, – $2\ell = \lambda/2$, ее ширина – d, $\vec{n}$ – внутренняя нормаль по отношению к волноводу. Будем предполагать, что внутри волновода отсутствуют возбуждающие (сторонние) токи $\vec{j}^{Э}$ и $\vec{j}^{м}$.

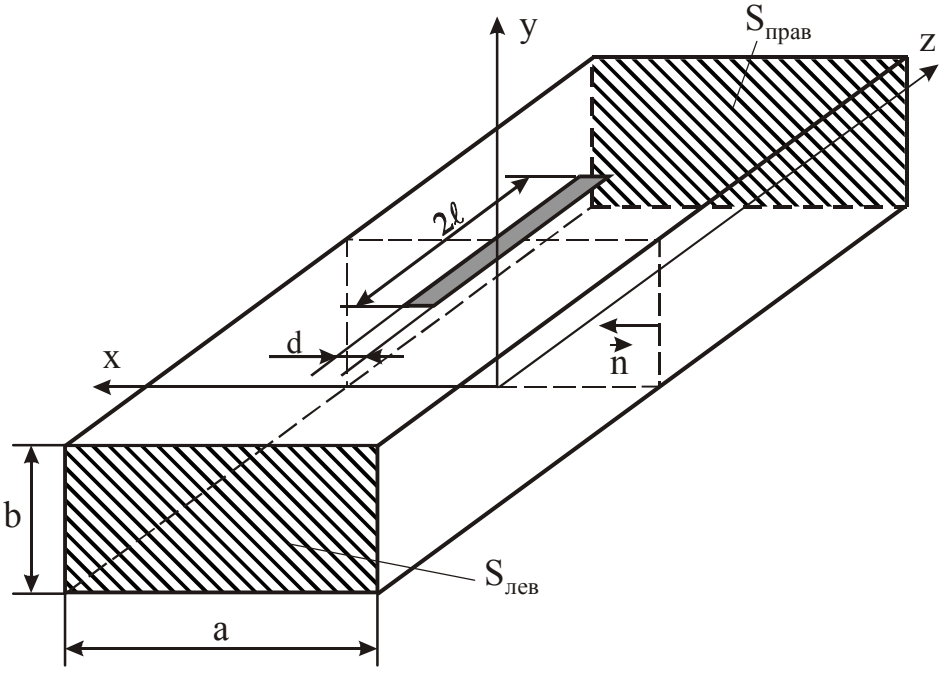


Рис. 5.6

Задачу о возбуждении волновода щелью будем решать методом вспомогательных источников, основанном на применении леммы Лоренца, связывающей между собой два независимых поля одинаковой частоты. При $\vec{j}^{Э} = \vec{j}^{м} = 0$ лемма Лоренца будет иметь вид

$$\int_S \left\{ \left[\vec{E}\vec{H}_1\right] + \left[\vec{H}\vec{E}_1\right] \right\} \vec{n} ds = 0, \qquad (5.19)$$

где $\vec{E}_1, \vec{H}_1$ – поле вспомогательных источников, представляющее собой поле волны H_{10}, распространяющейся либо в сторону положительных, либо в сторону отрицательных значений z. Амплитуду электрического вектора поля волны $\vec{E}_1, \vec{H}_1$ в середине воловода ($x = 0$) считаем равной единице.

Поле $\vec{E}_1, \vec{H}_1$, проходя мимо щели, возбуждает ее, а щель, становясь источником излучения, в свою очередь возбуждает в волноводе поле $\vec{E}, \vec{H}$, распространяющееся влево и вправо от щели, но уже с амплитудами электрического вектора в середине волновода, не равными единице (пусть, например, A – амплитуда поля, возбужденного щелью слева от нее, а B – амплитуда поля, возбужденного справа от щели).

Задача заключается в определении коэффициентов A и B, которые зависят в конечном счете от типа щели и от того, в какой стенке волновода она прорезана.

Поле $\vec{E}_1, \vec{H}_1$ при движении в сторону положительных z будет иметь такие составляющие:

$$\left.\begin{aligned} E_{1y} &= \cos(\pi x / a) e^{-i\beta z}; \\ H_{1x} &= -(\beta / \omega\mu_0) \cos(\pi x / a) e^{-i\beta z}; \\ H_{1z} &= (1 / i\omega\mu_0)(\pi / a) \sin(\pi x / a) e^{-i\beta z}, \end{aligned}\right\} \qquad (5.20)$$

где $\beta = 2\pi/\lambda_B$ – фазовая постоянная волны H_{10};

$\lambda_B = \lambda / \sqrt{1 - (\lambda / 2a)^2}$ – длина волны H_{10} в волноводе.

При движении волны в сторону отрицательных z будут существовать такие составляющие:

$$\left.\begin{aligned} E_{1y} &= \cos(\pi x / a) e^{i\beta z}; \\ H_{1x} &= -(\beta / \omega\mu_0) \cos(\pi x / a) e^{i\beta z}; \\ H_{1z} &= (1 / i\omega\mu_0)(\pi / a) \sin(\pi x / a) e^{i\beta z}. \end{aligned}\right\} \qquad (5.21)$$

Для волны H_{10} в волноводе $E_{1x} = E_{1z} = 0$, $H_{1y} = 0$.

Предположим, что волновод имеет неограниченную длину как в сторону положительных, так и в сторону отрицательных z. При этом условии излучение щели будет распространяться в виде бегущей волны вправо и влево от щели. Расположим сечения $S_{лев}$ и $S_{прав}$ (см. рис. 5.6) на таком расстоянии от щели, чтобы можно было считать, что около этих сечений поле определяется только основной волной H_{10}.

В этом случае составляющие возбужденного щелью поля $\vec{E}_1, \vec{H}_1$ будут иметь вид:

– в сечении $S_{лев}$

$$\left.\begin{aligned} E_{1y} &= A\cos(\pi x/a)e^{i\beta z};\\ H_{1x} &= A(\beta/\omega\mu_0)\cos(\pi x/a)e^{i\beta z};\\ H_{1z} &= A(1/i\omega\mu_0)(\pi/a)\sin(\pi x/a)e^{i\beta z};\end{aligned}\right\} \qquad (5.22)$$

– в сечении $S_{прав}$

$$\left.\begin{aligned} E_{1y} &= B\cos(\pi x/a)e^{-i\beta z};\\ H_{1x} &= -B(\beta/\omega\mu_0)\cos(\pi x/a)e^{-i\beta z};\\ H_{1z} &= B(1/i\omega\mu_0)(\pi/a)\sin(\pi x/a)e^{-i\beta z}.\end{aligned}\right\} \qquad (5.23)$$

Здесь, как и для волны H_{10}, $E_x = E_z = 0$, $H_y = 0$.

Интеграл (5.19) распространяется на поверхность, замыкающую участок волновода между $S_{лев}$ и $S_{прав}$. Поскольку касательная составляющая $\vec{E}_1$ согласно (5.20) и (5.21) равна нулю везде, кроме $S_{лев}$ и $S_{прав}$, а касательная составляющая $\vec{E}$ – везде на стенках волновода, кроме точек щели $S_{лев}$ и $S_{прав}$, то из (5.19) получим

$$\int\limits_{S_{ЛЕВ}+S_{ПРАВ}} \left\{\left[\vec{E}\vec{H}_1\right]+\left[\vec{H}\vec{E}_1\right]\right\}\vec{n}ds = -\int\limits_{S_{Щ}}\left[\vec{E}\vec{H}_1\right]\vec{n}ds\,. \qquad (5.24)$$

Определим сначала коэффициент A. Примем, что волна распространяется в сторону положительных z, т.е. ее составляющие определяются выражениями (5.20). Тогда подынтегральное выражение в левой части (5.24) приводим к виду

$$[\vec{E}\vec{H}_1]+[\vec{H}\vec{E}_1] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ E_x & E_y & E_z\\ H_{1x} & H_{1y} & H_{1z}\end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ H_x & H_y & H_z\\ E_{1x} & E_{1y} & E_{1z}\end{vmatrix} =$$

$$= \begin{cases} (E_{1y}H_x - E_yH_{1x}) - \text{на } S_{лев};\\ -(E_{1y}H_x - E_yH_{1x}) - \text{на } S_{прав.}\end{cases} \qquad (5.25)$$

Изменение знака перед выражением для $S_{прав}$ обусловлено тем, что это сечение расположено по другую сторону от начала координат.

Подставив в (5.25) значения E_{1y} и H_{1x} из (5.20), а E_y и H_x из (5.22), для сечения $S_{лев}$ получим

$$\int\limits_{S_{ЛЕВ}} = \int\limits_{-a/2}^{a/2}\int\limits_{-b/2}^{b/2}(E_{1y}H_x - E_yH_{1x})dxdy =$$

$$= b\int\limits_{-a/2}^{a/2}[\cos(\pi x/a)e^{-i\beta z}][A(\beta/\omega\mu_0)\cos(\pi x/a)e^{i\beta z}]dx +$$

$$+ b\int\limits_{-a/2}^{a/2}[A\cos(\pi x/a)e^{i\beta z}][(\beta/\omega\mu_0)\cos(\pi x/a)e^{-i\beta z}]dx =$$

$$= 2Ab(\beta/\omega\mu_0)\int_{-a/2}^{a/2}\cos^2(\pi x/a)dx = AS_{П}(\beta/\omega\mu_0). \qquad (5.26)$$

В (5.26) использованы выражения $\int_{-a/2}^{a/2}\cos^2(\pi x/a)dx = a/2$ и $S_{П} = ab$.

Подставив в (5.25) значения E_{1y} и H_{1x} из (5.20), а E_y и H_x из (5.23), для сечения $S_{прав}$ получим

$$\int_{S_{ПРАВ}} = -b\int_{-a/2}^{a/2}(E_{1y}H_x - E_yH_{1x})dx =$$

$$= -b\int_{-a/2}^{a/2}[\cos(\pi x/a)e^{-i\beta z}][-B(\beta/\omega\mu_0)\cos(\pi x/a)e^{-i\beta z}]dx +$$

$$+b\int_{-a/2}^{a/2}[B\cos(\pi x/a)e^{-i\beta z}][-(\beta/\omega\mu_0)\cos(\pi x/a)e^{-i\beta z}]dx = 0. \qquad (5.27)$$

Учитывая (5.26) и (5.27), получим

$$\int_{S} = \int_{S_{ПРАВ}} + \int_{S_{ЛЕВ}} = AS_{П}(\beta/\omega\mu_0),$$

тогда из (5.24) найдем, что амплитуда волны, движущейся от щели влево, будет

$$A = -(\omega\mu_0/\beta S_{П})\int_{S_{Щ}}[\vec{E}\vec{H}_1]\vec{n}\,ds, \qquad (5.28)$$

где H_1 определяется из (5.20).

Точно так же, положив, что $\vec{E}_1, \vec{H}_1$ – поле волны, распространяющейся в сторону отрицательных z, получим

$$B = -(\omega\mu_0/\beta S_{П})\int_{S_{Щ}}[\vec{E}\vec{H}_1]\vec{n}\,ds, \qquad (5.29)$$

где $\vec{H}_1$ определяется из (5.21).

Интегралы в (5.28) и (5.29) зависят от расположения щели, ее размеров и распределения поля в ней. Рассмотрим несколько наиболее характерных случаев расположения щели, причем длину щели будем считать для всех случаев примерно равной $\lambda/2$ в воздухе (резонансная щель), а распределение поля в щели полагать синусоидальным [1].

5.4.1. Продольная щель в узкой стенке волновода

Электрический вектор $\vec{E}$ в щели (рис. 5.7) параллелен оси y. Нормаль к плоскости щели параллельна оси x. Поэтому для подынтегральных величин в (5.28) и (5.29) получим

$$E = E_y = (U_{П}/d)\sin[k(\lambda/4 - |z|)] = (U_{П}/d)\cos(kz); \qquad (5.30)$$

$$\vec{n}[\vec{E}\vec{H}_1] = \vec{n}\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ E_x & E_y & E_z \\ H_{1x} & H_{1y} & H_{1z} \end{vmatrix} = -E_y H_{1z} = -(U_П/d)\cos(kz)H_{1z}, \quad (5.31)$$

где $U_П$ – напряжение в центре щели; d – ширина щели.

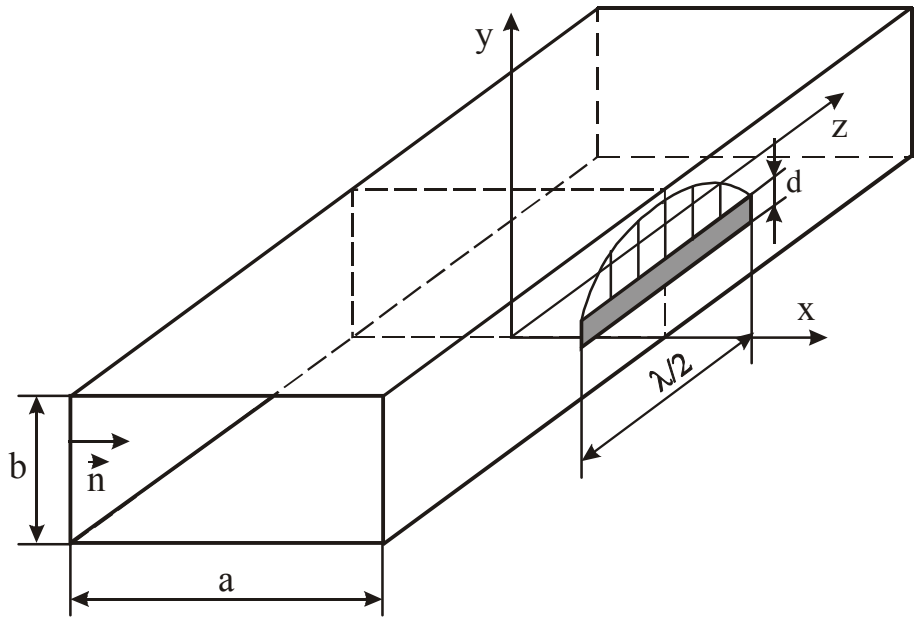


Рис. 5.7

Пусть поле $\vec{E}_1, \vec{H}_1$ движется в сторону положительных z, тогда значение H_{1z} в (5.31) необходимо взять из (5.20), и интеграл в (5.28) будет иметь вид

$$\int\limits_{S_Щ} = -\int\limits_{-d/2}^{d/2}\int\limits_{-\lambda/4}^{\lambda/4} [(U_П/d)\cos(kz)][(1/i\omega\mu_0)(\pi/a)\sin(\pi x/a)e^{-i\beta z}]dydz\,|_{x=a/2} =$$

$$= -(U_П\pi/i\omega\mu_0 a)\int\limits_{-\lambda/4}^{\lambda/4}\cos(kz)e^{-i\beta z}dz = -(U_П\pi/i\omega\mu_0 a)M_1,$$

где $M_1 = \int\limits_{-\lambda/4}^{\lambda/4}\cos(kz)e^{-i\beta z}dz = (1/2)\int\limits_{-\lambda/4}^{\lambda/4}\{e^{i(k-\beta)z} + e^{-i(k+\beta)z}\}dz = (2ka^2/\pi^2)\cos(\beta\lambda/4).$

Тогда

$$A = (2kaU_П/i\pi\beta S_П)\cos(\beta\lambda/4). \quad (5.32)$$

Для определения коэффициента B необходимо принять, что поле $\vec{E}_1, \vec{H}_1$ движется в сторону отрицательных z, а значение H_{1z} в (5.31) взять из (5.21). Тогда будем иметь

$$B = (-\omega\mu_0/\beta S_П)\int\limits_{S_Щ}[\vec{E}\vec{H}_1]\vec{n}\,ds =$$

$$= (\omega\mu_0/\beta S_П)\int\limits_{-d/2}^{d/2}\int\limits_{-\lambda/4}^{\lambda/4}[(U_П/d)\cos(kz)][(1/i\omega\mu_0)(\pi/a)\sin(\pi x/a)e^{i\beta z}]dydz\,|_{x=a/2} =$$

$$= (\pi U_П/ia\beta S_П)\int\limits_{-\lambda/4}^{\lambda/4}\cos(kz)e^{i\beta z}dz\,.$$

Но поскольку

$$\int_{-\lambda/4}^{\lambda/4} \cos(kz)e^{-i\beta z}dz = \int_{-\lambda/4}^{\lambda/4} \cos(kz)e^{i\beta z}dz = (2ka^2/\pi^2)\cos(\beta\lambda/4),$$

то

$$B = (2kaU_П/i\pi\beta S_П)\cos(\beta\lambda/4). \qquad (5.33)$$

Таким образом, для продольной щели в узкой стенке волновода $A = + B$.

5.4.2. Поперечная щель в широкой стенке волновода

Для поперечной щели в широкой стенке волновода с центром на средней линии (рис. 5.8) имеем

$$E = E_z = (U_П/d)\sin[k(\lambda/4 - |x|)] = (U_П/d)\cos(kx), \qquad (5.34)$$

$$\vec{n}[\vec{E}\vec{H}_1] = \vec{n}\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ E_x & E_y & E_z \\ H_{1x} & H_{1y} & H_{1z} \end{vmatrix} = -E_zH_{1x} = -(U_П/d)\cos(kx)H_{1x}. \qquad (5.35)$$

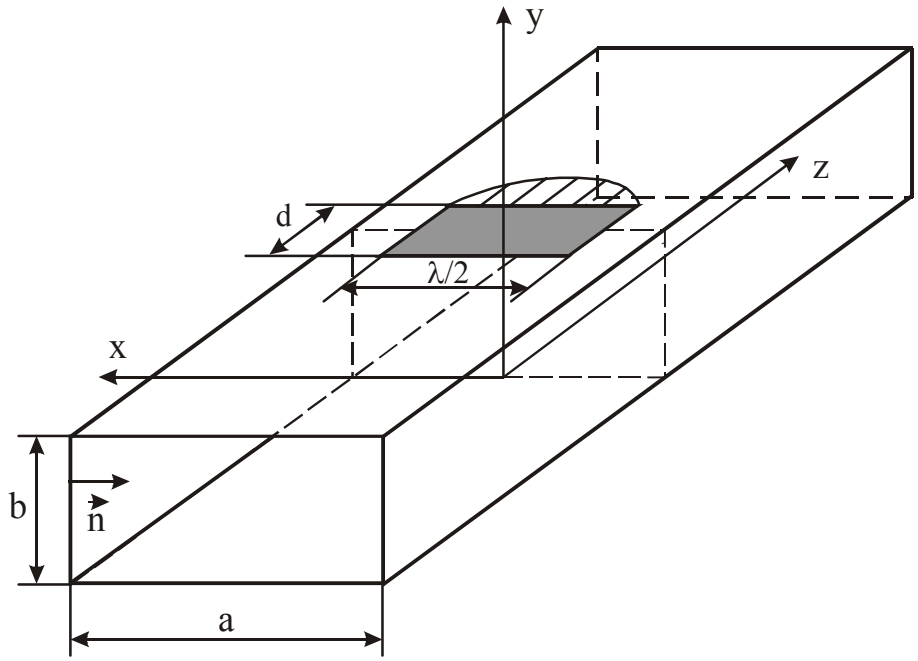


Рис. 5.8

При определении коэффициента A значение составляющей H_{1x} в (5.35) необходимо подставить из (5.20). Тогда

$$A = (-\omega\mu_0/\beta S_П)\int_{-d/2}^{d/2}\int_{-\lambda/4}^{\lambda/4}[(-U_П/d)\cos(kx)][(-\beta/\omega\mu_0)\cos(\pi x/a)e^{-i\beta z}]dxdz =$$

$$= (-U_П/dS_П)\int_{-\lambda/4}^{\lambda/4}\cos(kx)\cos(\pi x/a)dx\int_{-d/2}^{d/2}e^{-i\beta z}dz\,. \qquad (5.36)$$

Интегралы в (5.36) будут таковы:

а) $\int_{-\lambda/4}^{\lambda/4} \cos(kx)\cos(\pi x/a)dx = (1/2)\int_{-\lambda/4}^{\lambda/4} [\cos(k + \pi/a)x + \cos(k - \pi/a)x]dx =$

$$= 2k\cos(\pi\lambda/4a)/[k^2 - (\pi/a)^2] = (2k/\beta^2)\cos(\pi\lambda/4a); \qquad (5.37)$$

б) $\int_{-d/2}^{d/2} e^{-i\beta z}dz = [e^{-i\beta z}/(-i\beta)]\Big|_{-d/2}^{d/2} = d\sin(\beta d/2)/(\beta d/2) \approx d,$

поскольку $\beta d << 1$ и $\sin(\beta d/2)/(\beta d/2) \approx 1$.

Тогда

$$A = -(2kU_П/S_П\beta^2)\cos(\pi\lambda/4a). \qquad (5.38)$$

При определении коэффициента B значение составляющей H_{1x} в (5.35) необходимо подставить из (5.21). Тогда будем иметь

$$B = (-\omega\mu_0/\beta S_П)\int_{-d/2}^{d/2}\int_{-\lambda/4}^{\lambda/4} [(-U_П/d)\cos(kx)][(\beta/\omega\mu_0)\cos(\pi x/a)e^{i\beta z}]dxdz =$$

$$= (U_П/S_П d)\int_{-\lambda/4}^{\lambda/4} \cos(kx)\cos(\pi x/a)dx \int_{-d/2}^{d/2} e^{i\beta z}dz. \qquad (5.39)$$

Значение первого интеграла в (5.39) приведено в (5.37), а второй интеграл в (5.39) таков:

$$\int_{-d/2}^{d/2} e^{i\beta z}dz = \int_{-d/2}^{d/2} e^{-i\beta z}dz = d\sin(\beta d/2)/(\beta d/2) \approx d. \qquad (5.40)$$

Подставив (5.40) и (5.37) в (5.39), найдем

$$B = (2kU_П/S_П\beta^2)\cos(\pi\lambda/4a). \qquad (5.41)$$

Таким образом, для поперечной щели в широкой стенке волновода с центром на средней линии $A = -B$.

На рис. 5.9 щели в стенках волновода сгруппированы в два столбца: для $A = +B$ и для $A = -B$.

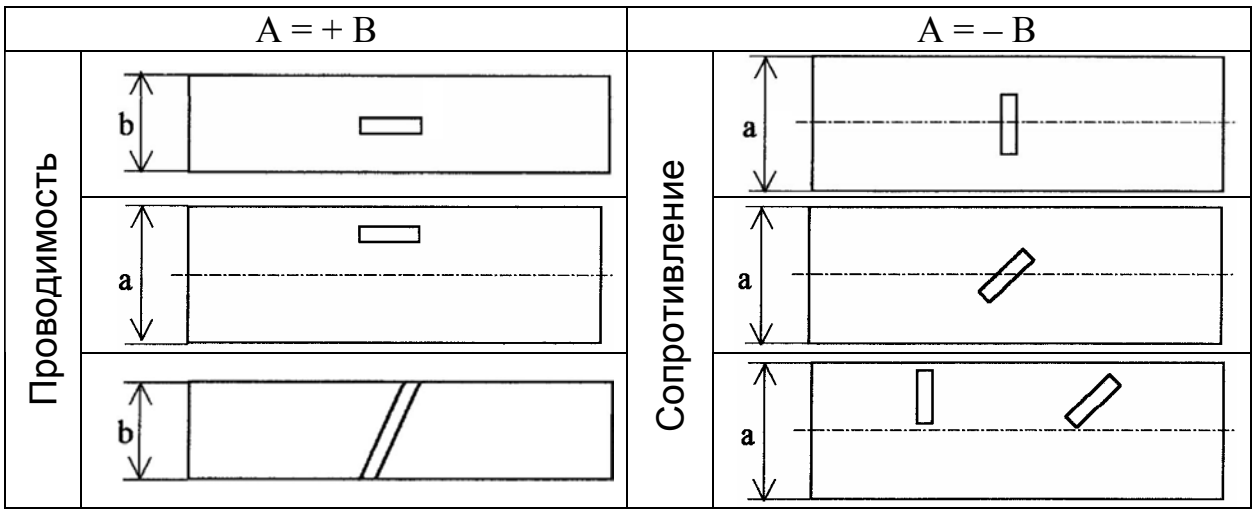


Рис. 5.9

Пусть, например, $A = +B$ (продольные щели в узкой и широкой стен-

ках волновода, наклонная щель в узкой стенке волновода). Тогда для поперечных составляющих возбуждаемой щелью волны будем иметь:

$S_{лев}$	$S_{прав}$
$E_y = A\cos(\pi x/a)e^{i\beta z}$;	$E_y = A\cos(\pi x/a)e^{-i\beta z}$;
$H_x = A(\beta/\omega\mu_0)\cos(\pi x/a)e^{i\beta z}$.	$H_x = -A(\beta/\omega\mu_0)\cos(\pi x/a)e^{-i\beta z}$.

Около щели имеет место разрыв непрерывности магнитного вектора поля, что свидетельствует об утечке тока, поэтому при $A = +B$ щель эквивалентна ***шунтирующей проводимости*** (рис. 5.10).

При $A = -B$ (поперечные и наклонные щели в широкой стенке волновода) для поперечных составляющих возбуждаемой щелью волны будем иметь:

$S_{лев}$	$S_{прав}$
$E_y = A\cos(\pi x/a)e^{i\beta z}$;	$E_y = -A\cos(\pi x/a)e^{-i\beta z}$;
$H_x = A(\beta/\omega\mu_0)\cos(\pi x/a)e^{i\beta z}$.	$H_x = A(\beta/\omega\mu_0)\cos(\pi x/a)e^{-i\beta z}$.

Около щели имеет место разрыв непрерывности электрического вектора поля, что свидетельствует о потере напряжения, поэтому при $A = -B$ щель эквивалентна ***последовательному сопротивлению*** (рис. 5.11).

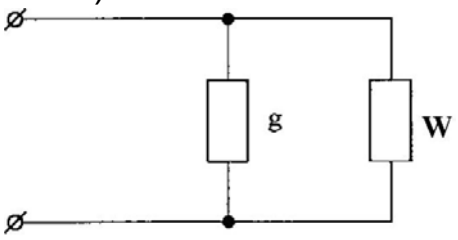


Рис. 5.10

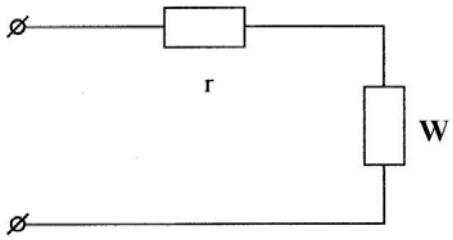


Рис. 5.11

5.5. Возбуждение щели волноводом

Предположим, что в неограниченном волноводе из области $z \to -\infty$ в направлении положительных значений z распространяется волна H_{10}. В волноводе прорезана щель, центр которой имеет координату $z = 0$ (рис. 5.12). Требуется найти поле в щели.

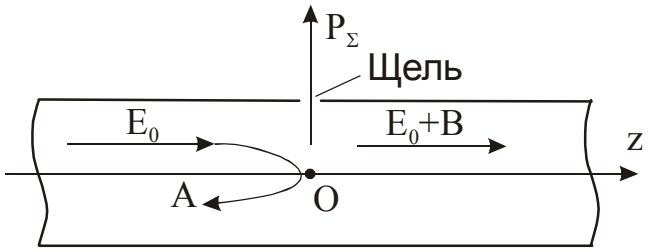


Рис. 5.12

Поскольку поле в щели $U_П/d$ связано простыми соотношениями (5.32), (5.38) с коэффициентом A, то задача сводится к определению A. Эта задача решается с помощью уравнения энергетического баланса [1].

Под влиянием электромагнитной волны в щели возбудится поле, которое приведет к излучению во внешнее пространство и обратному излучению в волновод. Учитывая, что под влиянием щели поле в волноводе будет создаваться в результате суперпозиции поля первичной волны с амплитудой E_0 и поля излучения щели в волновод, можно записать следующее уравнение энергетического баланса (см. рис. 5.12):

$$P_{пад} = P_{отр} + P_{пр} + P_{\Sigma} \qquad (5.42)$$

или

$$\frac{E_0^{\,2}}{120\pi}\frac{\lambda}{\lambda_в}\frac{S_П}{2} = \frac{A^2}{120\pi}\frac{\lambda}{\lambda_в}\frac{S_П}{2} + \frac{(E_0 + B)^2}{120\pi}\frac{\lambda}{\lambda_в}\frac{S_П}{2} + \frac{U_П^2 R_{\Sigma П}}{2(60\pi)^2}. \qquad (5.43)$$

Разделим (5.43) на первое слагаемое правой части. После несложных преобразований получим

$$\frac{U_П^2}{A^2}\frac{\lambda_в}{\lambda}\frac{R_{\Sigma П}}{60\pi}\frac{2}{S_П} = -(1 + \frac{B^2}{A^2} + \frac{2BE_0}{A^2}). \qquad (5.44)$$

Поскольку коэффициент A определяет амплитуду поля волны, излученной щелью в сторону отрицательных значений z, то отношение A/E_0 является коэффициентом отражения Γ. Кроме того, $A = \pm B$. Тогда из (5.44) имеем

$$\frac{U_П^2}{A^2}\frac{\lambda_в}{\lambda}\frac{R_{\Sigma П}}{60\pi}\frac{1}{S_П} = -2(1 \pm \frac{1}{\Gamma}), \qquad (5.45)$$

где знак "+" соответствует условию $A = +B$, а знак "–" – условию $A = -B$.

Рассматриваемый бесконечный волновод эквивалентен длинной линии, нагруженной на активное сопротивление, равное волновому W. Предположим, что в какой-либо точке эта согласованная линия шунтирована проводимостью g (см. рис. 5.10). Как известно из теории длинных линий [5], между коэффициентом отражения и нормированной проводимостью $g_0 = gW$ существует связь

$$\Gamma = -g_0/(2 + g_0) \quad \text{или} \quad 1 + 1/\Gamma = -2/g_0. \qquad (5.46)$$

Тогда из сопоставления (5.46) и (5.45) находим, что при $A = +B$ нормированная проводимость щели определяется по формуле

$$g_0 = \frac{120\pi}{R_{\Sigma П}} S_П \frac{\lambda}{\lambda_в}\frac{A^2}{U_П^2}. \qquad (5.47)$$

При $A = -B$ щель эквивалентна сопротивлению r, включенному последовательно в согласованную линию (см. рис. 5.11). Коэффициент отражения в этом случае связан с нормированным сопротивлением $r_0 = r/W$ соотношением

$$\Gamma = r_0/(2 + r_0) \quad \text{или} \quad 1 - 1/\Gamma = 2/r_0. \qquad (5.48)$$

Сопоставляя (5.48) и (5.45), находим, что нормированное сопротивление щели таково:

$$r_0 = \frac{120\pi}{R_{\Sigma П}} S_П \frac{\lambda}{\lambda_в}\frac{A^2}{U_П^2}. \qquad (5.49)$$

Очевидно, что несмотря на совершенно одинаковую запись формул (5.47) и (5.49), значения для g_0 и r_0 будут в каждом случае различны, так как различными будут отношения $A/U_П$ (см., например, (5.32) и (5.38)).

Из формул (5.46), (5.48) видно, что для бесконечного волновода получить согласование щели с волноводом невозможно, так как для

получения $\Gamma = 0$ нужно, чтобы $g_0 = 0$ или $r_0 = 0$, т.е. отсутствие щелей. В закороченном на одном конце волноводе добиться согласования можно, т.е. получить $\Gamma = 0$ при одновременном выполнении двух условий:

$$\sin^2\beta z = 1;\ g_0 = 1 \qquad (5.50)$$

или

$$\cos^2\beta z = 1;\ r_0 = 1, \qquad (5.51)$$

где z_0 – расстояние от центра щели до закорачивающего поршня.

Для многощелевой антенны, у которой щели расположены на расстоянии $d = \lambda_B$ или $d = \lambda_B/2$ друг от друга, условием согласования является

$$ng_0 = 1 \quad \text{или} \quad nr_0 = 1, \qquad (5.52)$$

где n – число щелей.

5.6. Крестообразная щель в широкой стенке волновода

Такая щель состоит из двух взаимно перпендикулярных щелей, прорезанных под углом 45° к продольной оси волновода. Центры щелей совмещены и сдвинуты относительно оси широкой стенки на расстояние x_1 (рис. 5.13).

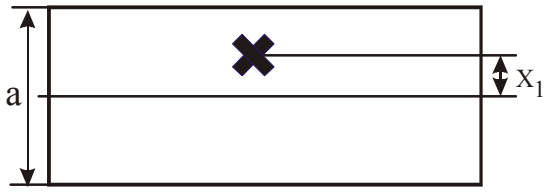


Рис. 5.13

Как видно из уравнений (5.20), продольная и поперечная составляющие вектора магнитного поля волны H_{10}

$$H_x = -(\beta/\omega\mu_0)\cos(\pi x/a),$$

$$H_z = -(i/\omega\mu_0)(\pi/a)\sin(\pi x/a)$$

сдвинуты по фазе одна относительно другой на $\pi/2$:

$$\beta\cos(\pi x/a) = (\pi/a)\sin(\pi x/a)e^{i\pi/2}. \qquad (5.53)$$

Следовательно, в общем случае (5.53) вектор магнитного поля в волноводе имеет эллиптическую поляризацию.

Для получения поля круговой поляризации необходимо еще выполнить равенство $|H_x| = |H_z|$, откуда и определяется смещение x_1:

$$\beta\cos(\pi x_1/a) = (\pi/a)\sin(\pi x_1/a),\ \mathrm{tg}(\pi x_1/a) = \beta a/\pi,$$

тогда

$$x_1 = (a/\pi)\mathrm{arctg}(\beta a/\pi). \qquad (5.54)$$

Направление поверхностного тока также вращается, так как оно перпендикулярно направлению магнитного поля $\vec{j} = [\vec{n}\vec{H}]$: $j_x \sim H_z$, $j_z \sim H_x$. Поэтому щели возбуждаются со сдвигом по фазе на $\pi/2$ и излучают поле с круговой поляризацией.

Крестообразная щель отличается следующими особенностями [21]: направление вращения плоскости поляризации излучаемого поля определяется направлением движения возбуждающей щель волны в волноводе; в режиме приема поля с левым и правым на-

правлениями вращения возбуждают в волноводе волны, распространяющиеся в противоположных направлениях; отсутствуют отражения от щели, так как она излучает обратно в волновод, только в ту сторону, в которую распространяется возбуждающая щель волна.

5.7. Многощелевые антенны

Наиболее распространенные типы волноводно-щелевых антенн (ВЩА) приведены на рис. 5.14.

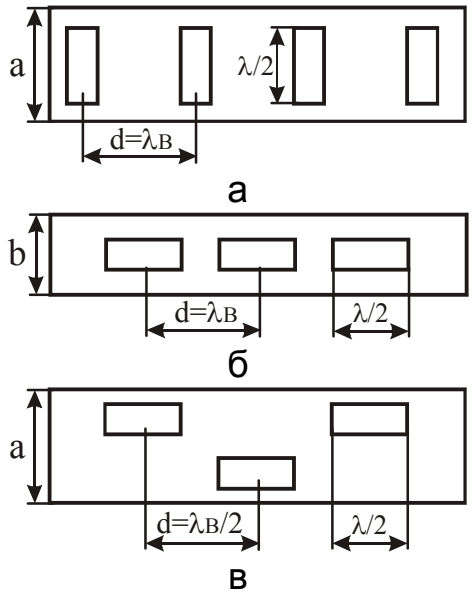


Рис. 5.14

ДН ВЩА из поперечных щелей в широкой стенке волновода (рис. 5.14, а) определяются по следующим формулам:

– в плоскости E

$$F_E(\theta) = \frac{1}{n}\frac{\sin[n/2(kd\sin\theta - \psi_1)]}{\sin[1/2(kd\sin\theta - \psi_1)]}; \quad (5.55)$$

– в плоскости H

$$F_H(\theta) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\sin\theta\right)}{\cos\theta}. \quad (5.56)$$

ДН ВЩА из продольных щелей в узкой стенке волновода (рис. 5.14, б) определяются по формулам:

– в плоскости H

$$F_H(\theta) = \frac{\cos(\frac{\pi}{2}\sin\theta)}{\cos\theta}\frac{1}{n}\frac{\sin[\frac{n}{2}(kd\sin\theta - \psi_2)]}{\sin[\frac{1}{2}(kd\sin\theta - \psi_2)]}; \quad (5.57)$$

– в плоскости E

$$F_E(\theta) = 1. \quad (5.58)$$

ДН ВЩА из продольных щелей в широкой стенке волновода, расположенных "в шахматном порядке" (рис. 5.14, в), определяются по формулам:

– в плоскости H

$$F_H(\theta) = \frac{\cos(\frac{\pi}{2}\sin\theta)}{\cos\theta}\frac{1}{n}\frac{\sin[\frac{n}{2}(kd\sin\theta - \psi_3)]}{\sin[\frac{1}{2}(kd\sin\theta - \psi_3)]}; \quad (5.59)$$

– в плоскости E

$$F_E(\theta) = 1. \quad (5.60)$$

В формулах (5.55) – (5.60) n – количество щелей в ВЩА, θ – угол, отсчитываемый от нормали к плоскости ВЩА, $\psi_1 = \psi_2 = 2\pi d/\lambda_B$ – разность фаз между соседними щелями для ВЩА (см. рис. 5.14, а и б), $\psi_3 = 2\pi d/\lambda_B$ –

$-\pi$ – разность фаз между соседними щелями для ВЩА (см. рис. 5.14, в).

Рассмотрим влияние фазового сдвига между щелями на ДН ВЩА (см. рис. 5.14, в). Направление главного максимума ДН (5.59) определяется из условия

$$kd \sin \theta_{пов} - \psi_3 = 0,$$

откуда

$$\sin \theta_{пов} = \lambda / \lambda_B - \lambda/2d. \qquad (5.61)$$

При $d = \lambda_B/2$ из (5.61) следует, что $\theta_{пов} = 0^o$, т.е. максимум излучения ориентирован в направлении нормали к оси волновода, что и следовало ожидать от синфазной решетки.

При d несколько больше $\lambda_B/2$ $\sin \theta_{пов} > 0$, т.е. максимум ДН будет отклонен от нормали к оси волновода на острый угол в сторону движения бегущей по волноводу волны (рис. 5.15, а).

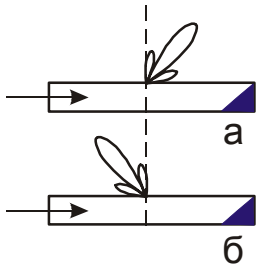


Рис. 5.15

При $d < \lambda_B/2$ $\sin \theta_{пов} < 0$, т.е. максимум ДН будет отклоняться от нормали к оси волновода в сторону, противоположную движению бегущей волны (рис. 5.15, б). На рис. 5.15 на концах ВЩА предусмотрены согласованные нагрузки, чтобы отраженная от конца волновода волна не создавала в случае, приведенном на рис. 5.15, а, ДН, направленную влево, а в случае, приведенном на рис. 5.15, б, – вправо.

Получение из-за несинфазности щелей ВЩА наклонного излучения позволяет провести аналогию с системой бегущей волны (СБВ).

Обратимся к ДН (5.55), которая после подстановки в нее значения фазового сдвига $\psi_1 = 2\pi d/\lambda_B$ и выноса за круглые скобки произведения $kd = 2\pi d/\lambda$ примет вид

$$F_E(\theta) = \frac{1}{n} \frac{\sin[\frac{\pi d}{\lambda}(\sin\theta - \frac{\lambda}{\lambda_в})]}{\sin[\frac{\pi d}{\lambda}(\sin\theta - \frac{\lambda}{\lambda_в})]}. \qquad (5.62)$$

Приняв в (5.62) $nd \approx \ell$, где ℓ – длина СБВ, и обозначив $\lambda/\lambda_B = \xi$, где ξ – коэффициент укорочения, получим

$$F_E(\theta) = \frac{1}{n} \frac{\sin[\frac{\pi \ell}{n\lambda}(\sin\theta - \xi)]}{\sin[\frac{\pi \ell}{n\lambda}(\sin\theta - \xi)]}\Bigg|_{n>>1} \approx \frac{\sin[\frac{\pi \ell}{\lambda}(\sin\theta - \xi)]}{\frac{\pi \ell}{\lambda}(\sin\theta - \xi)}. \qquad (5.63)$$

Заметим, что коэффициент укорочения в (5.63) $\xi < 1$, т.е. такая ВЩА относится к СБВ ***быстрых волн***.

6. ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СТЕРЖНЕВЫЕ АНТЕННЫ

Диэлектрические стержневые антенны (***ДСА***) относятся к СБВ. Одна из возможных схем конструкции ДСА показана на рис. 6.1.

Как видно, антенна состоит из диэлектрического стержня (полистирол, фторопласт), вставленного в металлический волновод (“стакан”), возбуждаемый центральным проводником коаксиального кабеля (несимметричным вибратором). Расстояние от вибратора к закороченной стенке волновода равно $\lambda_{СТ}/4$, где $\lambda_{СТ}$ – длина волны в диэлектрике стержня.

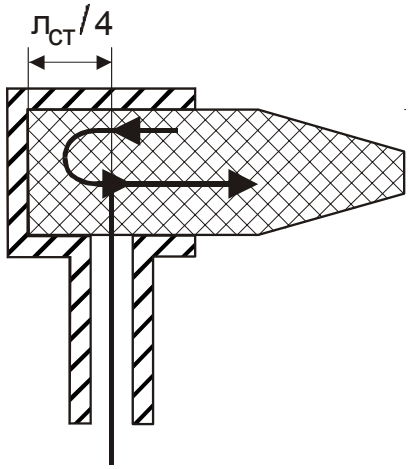


Рис. 6.1

Возбужденная вибратором волна в результате двукратного прохождения этого расстояния и отражения от стенки стакана складывается в фазе с основной волной, распространяющейся по стержню в сторону внешнего пространства:

$$\psi = (2\pi/\lambda_{СТ})(\lambda_{СТ}/4 + \lambda_{СТ}/4)|_{\text{расст}} + \pi|_{\text{отраж}} = 2\pi.$$

В круглом металлическом волноводе в зависимости от способа возбуждения могут возникать как аксиально-симметричные волны H_{01} (рис. 6.2), E_{01} (рис. 6.3), так и несимметричные волны H_{11} (рис. 6.4), E_{11} (рис. 6.5). При способе возбуждения, показанном на рис. 6.1, в волноводе будет возникать волна H_{11}.

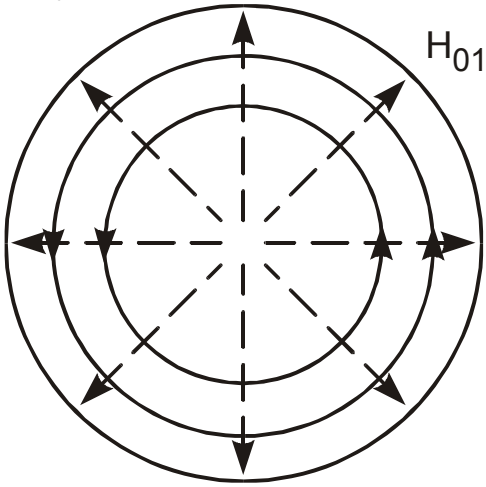


Рис. 6.2

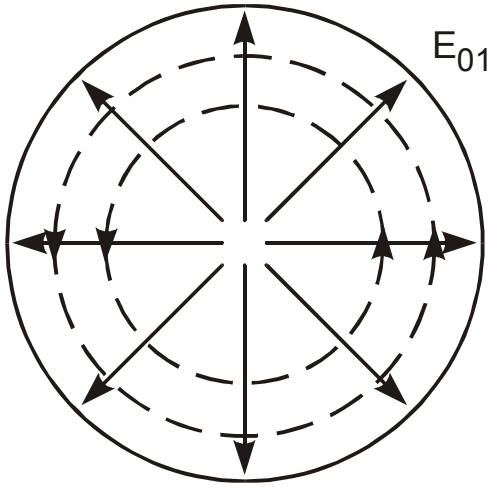


Рис. 6.3

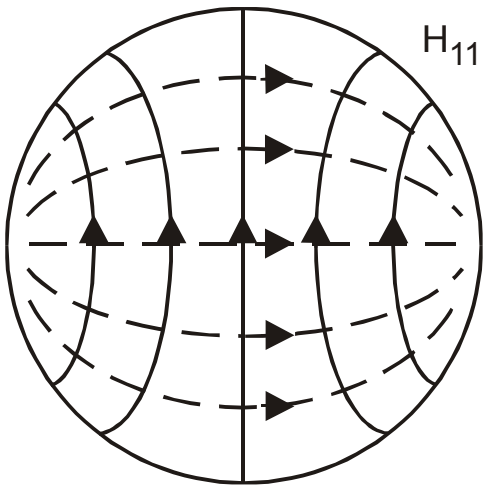


Рис. 6.4

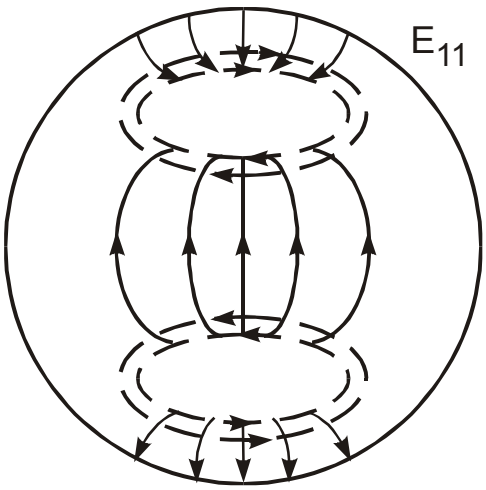


Рис. 6.5

В той части диэлектрического стержня, которая закрыта “стаканом”, волна будет распространяться, как по круглому волноводу, заполненному диэлектриком. Достигнув же границы стакана, она продолжит распространяться по стержню, проникая одновременно через открытую часть его поверхности во внешнее пространство. Для определения поля излучения такого стержня необходимо найти значение электромагнитного поля как внутри стержня, так и вне его.

6.1. Внутренняя задача для цилиндрического стержня

Рассмотрим стержень бесконечной длины и постоянного круглого поперечного сечения. На рис. 6.6 показаны часть стержня и цилиндрическая система координат z, ρ, φ. Диэлектрические потери в стержне будем считать равными нулю. Вначале как более простой в математическом отношении рассмотрим случай аксиально-симметричных волн, например волн H_{0n}, для которых (рис. 6.7)

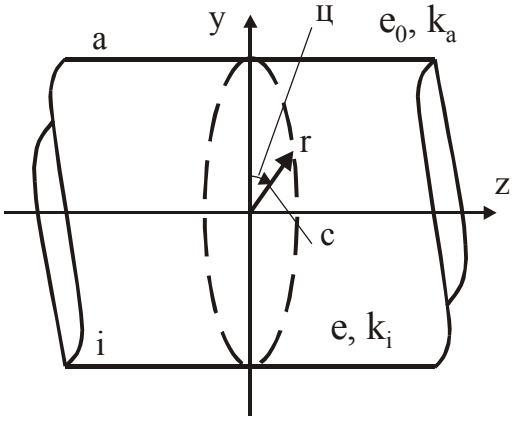


Рис. 6.6

$$E_\rho = E_z = 0,\ H_\varphi = 0 \qquad (6.1)$$

и существуют только три составляющие: E_φ, H_ρ и H_z.

В результате решения однородных уравнений Максвелла в цилиндрической системе координат относительно составляющей E_φ получим дифференциальное уравнение второго порядка [1]

$$\frac{\partial}{\partial\rho}\left[\frac{1}{\rho}\frac{\partial\left(\rho E_\varphi\right)}{\partial\rho}\right] + \frac{\partial^2 E_\varphi}{\partial z^2} + k^2 E_\varphi = 0, \quad (6.2)$$

где $k = k_a = 2\pi/\lambda$ – волновое число для области a (воздух);

$k = k_i = 2\pi\sqrt{\varepsilon}/\lambda$ – волновое число для области i (диэлектрический стержень).

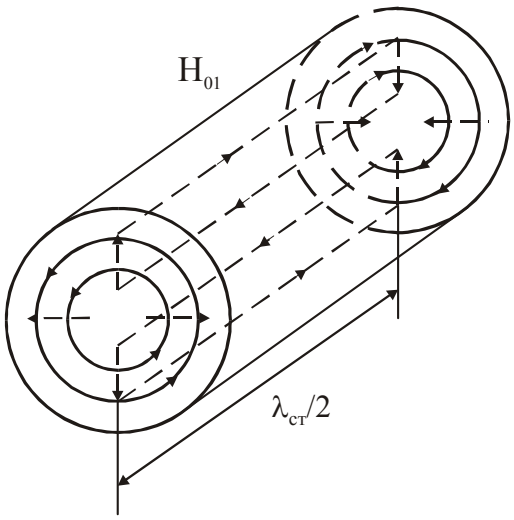


Рис. 6.7

Пусть при отсутствии потерь в стержне зависимость E_φ от координаты z имеет вид $E_\varphi = E_{\varphi m} e^{-i\beta z}$, где β – фазовая постоянная. Тогда $\partial^2 E_\varphi/\partial z^2 = -\beta^2 E_\varphi$, и из (6.2) найдем

$$\left(\beta^2 - k^2\right)E_\varphi = \frac{\partial}{\partial\rho}\left[\frac{1}{\rho}\frac{\partial\left(\rho E_\varphi\right)}{\partial\rho}\right]. \qquad (6.3)$$

Решением (6.3) является цилиндрическая функция первого порядка

$$E_\varphi = AZ_1\left(\rho\sqrt{k^2 - \beta^2}\right)e^{-i\beta z}, \qquad (6.4)$$

где A – константа, не зависящая от координат.

Внутри стержня ($\rho < r$) функция (6.4) должна быть конечной, поэтому для внутренней области Z_1 представляет собой функцию Бесселя первого порядка J_1:

$$E_{\varphi i} = A_i J_1\left(\rho\sqrt{k_i{}^2 - \beta_i{}^2}\right) e^{-i\beta_i z}. \qquad (6.5)$$

При $\rho > r$ в качестве решения (6.4) может быть принята линейная комбинация функций Ханкеля первого и второго рода первого порядка $H_1^{(1)}$ и $H_1^{(2)}$:

$$E_{\varphi a} = A_a\left[H_1^{(1)}\left(\rho\sqrt{k_a^2 - \beta_a^2}\right) + H_1^{(2)}\left(\rho\sqrt{k_a^2 - \beta_a^2}\right)\right] e^{-i\beta_a z},$$

из которых первая функция представляет собой волну, движущуюся в направлении убывающих ρ, а вторая – волну, движущуюся в сторону возрастающих ρ. Нас же интересует случай отсутствия радиального излучения. Поэтому будем искать решение для внешнего пространства в виде функции Ханкеля от мнимого аргумента, которая соответствует убыванию поля с возрастанием ρ. Тогда

$$E_{\varphi a} = A_a H_1^{(1)}\left(i\rho\sqrt{\beta_a^2 - k_a^2}\right) e^{-i\beta_a z}. \qquad (6.6)$$

Из второго уравнения Максвелла в цилиндрической системе координат

$$\mathrm{rot}\vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{i}/\rho & \vec{j} & \vec{k}/\rho \\ \partial/\partial\rho & \partial/\partial\varphi & \partial/\partial z \\ E_\rho & \rho E_\varphi & E_z \end{vmatrix} = -i\omega\mu_0\vec{H}$$

имеем

$$H_\rho = (1/i\omega\mu_0)(\partial E_\varphi/\partial z), \qquad (6.7)$$

$$H_z = (-1/i\omega\mu_0)[\partial(\rho E_\varphi)/\partial\rho]. \qquad (6.8)$$

Используя (6.5) и (6.6), из (6.7) найдем

$$H_{\rho i} = \left(-A_i\beta_i/\omega\mu_0\right)J_1\left(\rho\sqrt{k_i^2 - \beta_i^2}\right) e^{-i\beta_i z}, \qquad (6.9)$$

$$H_{\rho a} = \left(-A_a\beta_a/\omega\mu_0\right)H_1^{(1)}\left(i\rho\sqrt{\beta_a^2 - k_a^2}\right) e^{-i\beta_a z}. \qquad (6.10)$$

Поскольку $d[\rho J_1(\alpha\rho)]/d\rho = \alpha\rho J_0(\alpha\rho)$ [23], то, используя (6.5) и (6.6), из (6.8) получим

$$H_{zi} = \left(iA_i/\omega\mu_0\right)\sqrt{k_i^2 - \beta_i^2}\,J_0\left(\rho\sqrt{k_i^2 - \beta_i^2}\right) e^{-i\beta_i z}, \qquad (6.11)$$

$$H_{za} = \left(-A_a/\omega\mu_0\right)\sqrt{\beta_a^2 - k_a^2}\,H_0^{(1)}\left(i\rho\sqrt{\beta_a^2 - k_a^2}\right) e^{-i\beta_a z}. \qquad (6.12)$$

На границе раздела диэлектрик – воздух при $\rho = r$ выполняются условия непрерывности:

$$E_{\varphi i} = E_{\varphi a};\ H_{pi} = H_{pa};\ H_{zi} = H_{za}. \qquad (6.13)$$

Применяя условия (6.13) к (6.5) и (6.6), (6.9) и (6.10), (6.11) и (6.12), получим

$$A_i J_1\left(r\sqrt{k_i^2-\beta_i^2}\right)e^{-i\beta_i z} = A_a H_1^{(1)}\left(ir\sqrt{\beta_a^2-k_a^2}\right)e^{-i\beta_a z}, \qquad (6.14)$$

$$A_i\beta_i J_1\left(r\sqrt{k_i^2-\beta_i^2}\right)e^{-i\beta_i z} = A_a\beta_a H_1^{(1)}\left(ir\sqrt{\beta_a^2-k_a^2}\right)e^{-i\beta_a z}, \qquad (6.15)$$

$$A_i\sqrt{k_i^2-\beta_i^2}\,J_0\left(r\sqrt{k_i^2-\beta_i^2}\right)e^{-i\beta_i z} = iA_a\sqrt{\beta_a^2-k_a^2}\,H_0^{(1)}\left(ir\sqrt{\beta_a^2-k_a^2}\right)e^{-i\beta_a z}. \qquad (6.16)$$

Поскольку уравнения (6.14) – (6.16) справедливы при любом z, то $\beta_i = \beta_a = \beta$, т.е. фазовая постоянная в стержне равна фазовой постоянной во внешней среде.

Тогда после деления (6.16) на (6.15) и умножения правой и левой частей частных на r, получим

$$r\sqrt{k_i^2-\beta^2}\,\frac{J_0\left(r\sqrt{k_i^2-\beta^2}\right)}{J_1\left(r\sqrt{k_i^2-\beta^2}\right)} = ir\sqrt{\beta^2-k_a^2}\,\frac{H_0^{(1)}\left(ir\sqrt{\beta^2-k_a^2}\right)}{H_1^{(1)}\left(ir\sqrt{\beta^2-k_a^2}\right)}. \qquad (6.17)$$

Введем обозначения:

$$\chi_i = r\sqrt{k_i^2-\beta^2}\,,\ \chi_a = r\sqrt{\beta^2-k_a^2}\,. \qquad (6.18)$$

Тогда (6.17) примет следующий вид:

$$\chi_i J_0(\chi_i)/J_1(\chi_i) = i\chi_a H_0^{(1)}(i\chi_a)/H_1^{(1)}(i\chi_a), \qquad (6.19)$$

или

$$F_i = F_a,$$

где

$$F_i = \chi_i J_0(\chi_i)/J_1(\chi_a), \qquad (6.20)$$

$$F_a = i\chi_a H_0^{(1)}(i\chi_a)/H_1^{(1)}(i\chi_a). \qquad (6.21)$$

На рис. 6.8 приведены зависимости функции F_i от χ_i (сплошные линии) и функции F_a от χ_a (штриховая наклонная линия).

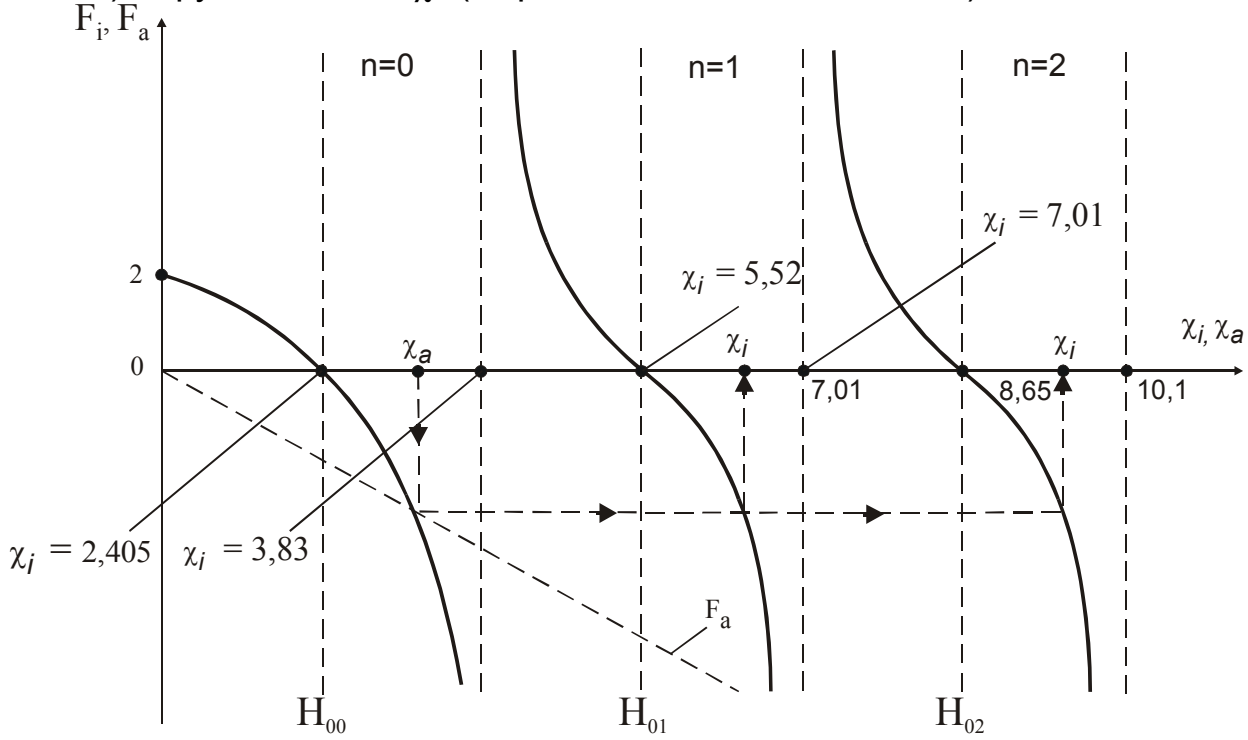


Рис. 6.8

Как видно из рис. 6.8, функция F_a представляет собой одну убывающую кривую, что связано с тем, что во внешней среде напряженность поля непрерывно убывает с координатой ρ. Функция F_i изображена в виде нескольких (строго говоря, в виде бесчисленного количества) кривых. Это связано с тем, что внутри стержня поле, как и в волноводах, имеет характер стоячих волн и в разных случаях может отличаться количеством n стоячих полуволн между осью стержня и границей $\rho = r$.

Обратимся к выражению (6.20) и графикам функции Бесселя нулевого (рис. 6.9) и первого (рис. 6.10) порядков.

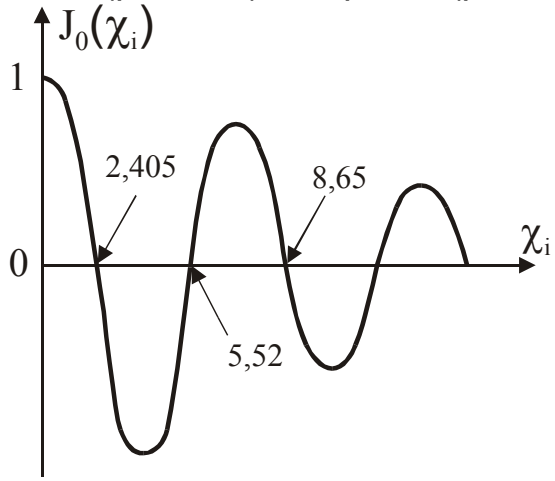


Рис. 6.9

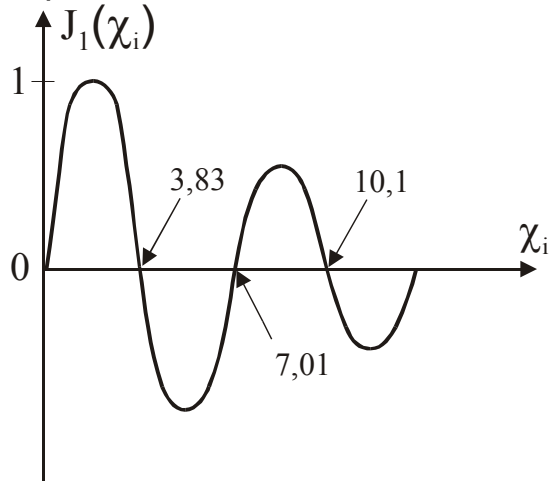


Рис. 6.10

Из рис. 6.8 видно, что корни функции Бесселя нулевого порядка являются нулями функции F_i, а корни функции Бесселя первого порядка – ее асимптотами. Кроме того, функция F_i может принимать как положительные, так и отрицательные значения. Так, например, при $0 < \chi_i < 2{,}405$, $3{,}83 < \chi_i < 5{,}52$ или $7{,}01 < \chi_i < 8{,}65$ функция F_i имеет положительные значения, а при $2{,}405 < \chi_i < 3{,}83$, $5{,}52 < \chi_i < 7{,}015$ или $8{,}65 < \chi_i < 10{,}1$ – отрицательные. А функция F_a при любом χ_a имеет отрицательное значение, кроме $\chi_a = 0$, для которого и $F_a = 0$.

Различие знаков у F_i и F_a указывает на отсутствие вещественных корней уравнения (6.19), т.е. на отсутствие в стержне того поля H_{0n}, какое предполагалось вначале. Точки $\chi_{i\,kp} = 2{,}405$, $\chi_{i\,kp} = 5{,}52$, $\chi_{i\,kp} = 8{,}65$ назовем ***критическими***, так как это начальные точки, при которых (6.19) удовлетворяется.

Итак, $F_i = F_a$ при $2{,}405 < \chi_i < 3{,}83$ (волна H_{00}, $n = 0$), при $5{,}52 < \chi_i < 7{,}01$ (волна H_{01}, $n = 1$), при $8{,}65 < \chi_i < 10{,}1$ (волна H_{02}, $n = 2$).

Критической точкой низшей волны H_{01} ($n = 1$) в круглом волноводе является первый корень функции Бесселя 1-го порядка $\nu_{01} = 3{,}83$, а областью существования низшей волны H_{0n} в стержне – область $2{,}405 < \chi_i < 3{,}83$, что заставляет полагать для нее $n = 0$. Такое же понижение индекса происходит и для волн более высокого порядка (H_{01} вместо H_{02}, H_{02} вместо H_{03} и т.д.).

В критических точках $F_i(\chi_{i\,kp}) = 0$, а поскольку $F_a = F_i$, значит, и $F_a(\chi_{i\,kp}) = 0$. В свою очередь, для $F_a = 0$ и $\chi_a = 0$, т.е. $\chi_a = ir\sqrt{\beta^2 - k_a^2} = 0$, откуда $\beta = k_a = \omega/c$ и

$$v_ф = c. \qquad (6.22)$$

С другой стороны, в этих точках

$$\chi_{i\,кр} = r_{кр}\sqrt{k_i^2 - \beta^2} = r_{кр}\sqrt{k_i^2 - k_a^2} = r_{кр}\sqrt{\left(2\pi\sqrt{\varepsilon}/\lambda_{кр}\right)^2 - \left(2\pi/\lambda_{кр}\right)^2} = \left(r/\lambda\right)_{кр} 2\pi\sqrt{\varepsilon - 1},$$

откуда

$$\left(r/\lambda\right)_{кр} = \chi_{i\,кр} / 2\pi\sqrt{\varepsilon - 1}. \qquad (6.23)$$

Из (6.23) будем иметь:

– для волны H_{00} $\left(r/\lambda\right)_{кр} = 2{,}405 / 2\pi\sqrt{\varepsilon - 1}$;

– для волны H_{01} $\left(r/\lambda\right)_{кр} = 5{,}52 / 2\pi\sqrt{\varepsilon - 1}$;

– для волны H_{02} $\left(r/\lambda\right)_{кр} = 8{,}65 / 2\pi\sqrt{\varepsilon - 1}$.

Кривые, изображенные на рис. 6.8, используются для расчета параметров диэлектрического стержня β и r для заданного ε. Для этого задаются определенным значением χ_a и находят по графикам сначала соответствующее этому χ_a значение функции F_a, а затем на кривых F_i - точки, имеющие ординаты $F_i = F_a$ и, наконец, значения χ_i, соответствующие точкам, найденным на кривых F_i (см. пунктирную линию со стрелками на рис. 6.8). Зная χ_a и соответствующее ему χ_i, определяем для каждого заданного ε с помощью формул (6.18) величины параметров $\beta = \omega/v_ф$ и r. Повторив эту операцию несколько раз для различных исходных χ_a и найдя ряд значений β и соответствующих им значений r, строим кривую зависимости $V_ф/c = \omega/\beta c$ от $d/\lambda = 2r/\lambda$ (рис. 6.11).

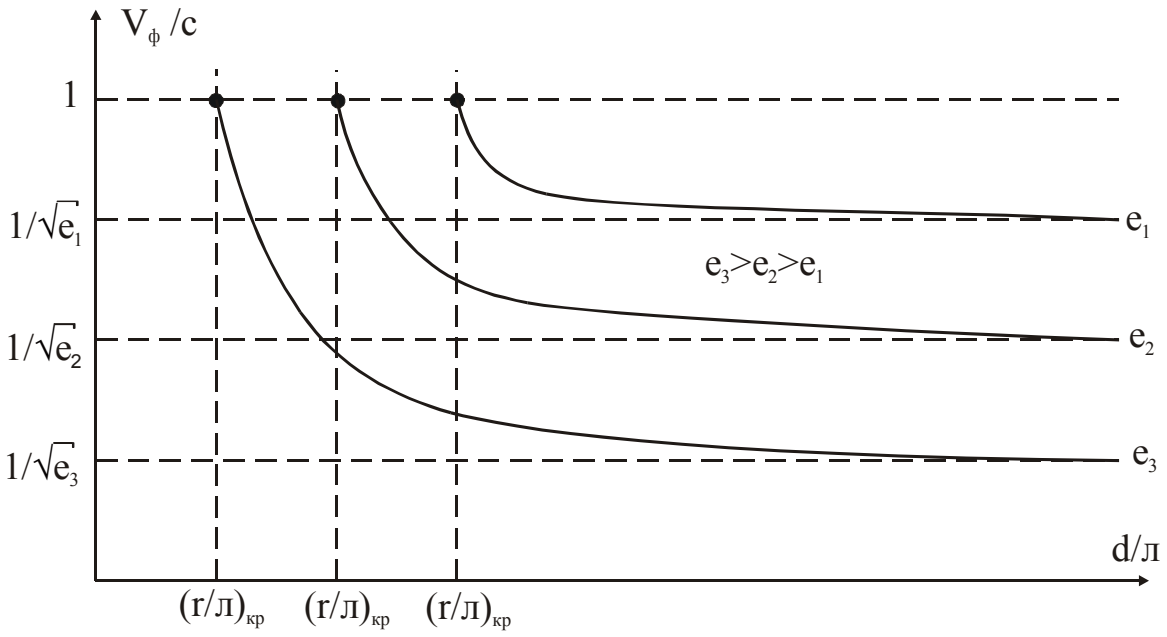


Рис. 6.11

Из рис. 6.11 видно, что фазовая скорость $V_ф$ меняется в зависимости от d/λ в пределах от c до $c/\sqrt{\varepsilon}$, причем при малых значениях d/λ фазовая скорость $V_ф = c$, а при больших d/λ – $V_ф = c/\sqrt{\varepsilon}$. Это видно также из формулы (6.18). Поскольку χ_i и χ_a вещественны и $k_i > k_a$, то

$$k_i > \beta > k_a \;\text{ и }\; c > V_ф > c/\sqrt{\varepsilon}.$$

Из (6.23) и рис. 6.11 очевидно, что при $r < r_{kp}$ или при $\lambda > \lambda_{kp}$ в стержне не возбуждается поле типа H_{0n}. Значение r_{kp} соответствует минимальному радиусу стержня, а значение λ_{kp} – максимальной длине волны, при которой еще возможно возбуждение таких волн.

Нужно также отметить, что при λ, близком к λ_{kp}, значение χ_a близко к нулю, что указывает на F_a, близкое к нулю, т.е. на медленное убывание поля во внешней среде в радиальном направлении (см. рис. 6.8), а значит, на относительно большую величину энергии, переносимой полем во внешней среде, и соответственно малую относительную величину энергии, переносимой полем внутри стержня.

Волны H_{0n} и E_{0n} редко используются в ДСА, так как они создают ДН конического типа с нулевым излучением вдоль оси стержня. Обычно требуется максимальное излучение именно в осевом направлении, а для этого используются, как правило, несимметричные волны типа H_{11}.

6.2. Возбуждение диэлектрического стержня несимметричными волнами

Пример возбуждения и структура поля волны H_{11} приведены на рис. 6.1 и 6.4. В отличие от аксиально-симметричных волн H_{0n} для волн H_{mn} в волноводе существуют пять составляющих H_z, H_ρ, H_φ, E_ρ, E_φ и только одна составляющая $E_z = 0$.

Используя соображения по поводу поведения поля внутри и вне стержня, приведенные для волн H_{0n}, для волн H_{mn} можем записать:

– внутри стержня ($\rho < r$)

$$H_{zi} = A_i J_m\left(\rho\sqrt{k_i^2 - \beta_i^2}\right)\cos(m\varphi)e^{-i\beta_i z}; \qquad (6.24)$$

– вне стержня ($\rho > r$)

$$H_{za} = A_a H_m^{(1)}\left(i\rho\sqrt{\beta_a^2 - k_a^2}\right)\cos(m\varphi)e^{-i\beta_a z}, \qquad (6.25)$$

где $\beta = \sqrt{k^2 - (\nu_{mn}/r)^2}$, $k_a = 2\pi/\lambda$, $k_i = 2\pi\sqrt{\varepsilon}/\lambda$, ν_{mn} – корни производных функций Бесселя, в частности, для волны H_{11} $\nu_{11} = 1{,}84$ [24].

Остальные составляющие внутри и вне стержня определяются по таким формулам [1,24]:

$$(k^2 - \beta^2)H_\rho = (-i\beta)\partial H_z/\partial\rho;$$
$$(k^2 - \beta^2)H_\varphi = (-i\beta/\rho)\partial H_z/\partial\varphi;$$
$$(k^2 - \beta^2)E_\rho = (-i\omega\mu_0/\rho)\partial H_z/\partial\varphi;$$
$$(k^2 - \beta^2)E_\varphi = (i\omega\mu_0)\partial H_z/\partial\rho. \qquad (6.26)$$

В действительности в диэлектрических стержнях волны H_{mn} существуют совместно с E_{mn}. В зависимости от способа возбуждения преобладает лишь тот или иной тип. Совместное существование волн H_{mn} и E_{mn} может быть объяснено следующим образом. В обычном волноводе с проводящими стенками электрическое поле волны H_{11} потенциаль-

ное, т.е. имеет начало и конец (см. рис. 6.4). В диэлектрическом стержне из-за выполнения условий непрерывности на границе раздела диэлектрик – воздух ($\rho = r$) электрические силовые линии выходят наружу (рис. 6.12) и электрическое поле становится вихревым (рис. 6.13) – появляется продольная составляющая электрического поля.

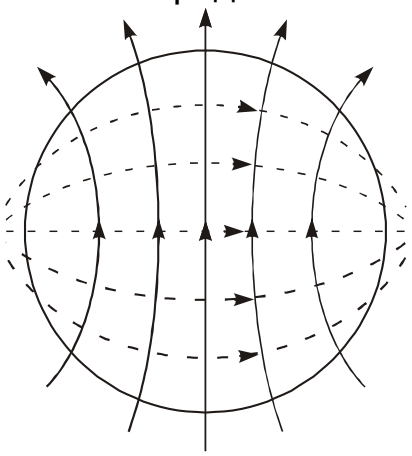


Рис. 6.12

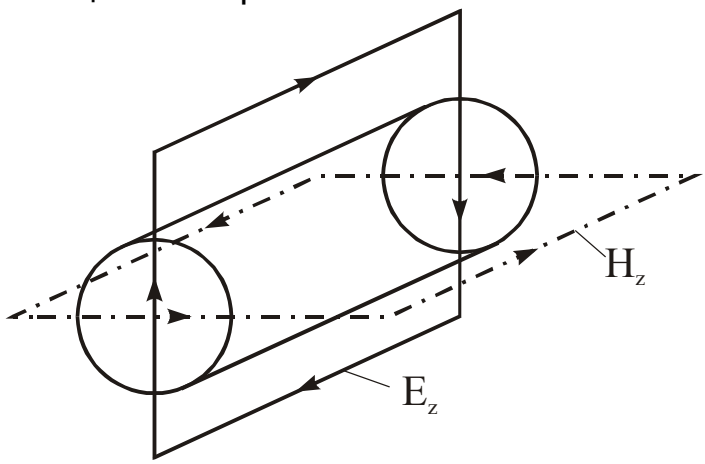


Рис. 6.13

Теперь волна будет называться волной HE_{11}. При возбуждении стержня волноводом с волной E_{11} (см. рис. 6.5) в стержне появится поле с составляющей H_z и волна станет называться волной EH_{11}.

Учитывая это обстоятельство, при решении внутренней задачи для волн H_{mn} приходится записывать внутри и вне стержня все составляющие для волн E_{mn} (но только с амплитудами B_i и B_a). Выполнение условий непрерывности при $\rho = r$ определяет соотношение между амплитудами обоих типов волн B_i/A_i, значение фазовой постоянной распространения β и связанную с ней величину v_Φ ($v_\Phi = \omega/\beta$). Расчеты оказываются чрезвычайно громоздкими и производятся путем многократных графических построений.

На рис. 6.14 приведены качественные зависимости v_ϕ/c от d/λ для разных значений ε ($\varepsilon_1 < \varepsilon_2 < \varepsilon_3$) в случае волны HE_{11}. Кривые асимптотически стремятся в верхней части к значению $v_\Phi/c = 1$ и в нижней части – к значению $v_\Phi/c = 1/\sqrt{\varepsilon}$, причем точно достигают этих крайних значений при $d/\lambda = 0$ и $d/\lambda = \infty$ соответственно. Таким образом, в случае волны HE_{11}, строго говоря, не существует критической длины волны $\lambda_{кр}$, т.е. вдоль бесконечного диэлектрического стержня возможно распространение несимметричных волн при любых низких частотах (при любых больших длинах волн).

На рис. 6.15 показаны зависимости отношения мощности P_i, переносимой внутри стержня, к мощности P_a, переносимой поверхностной волной вне стержня для двух значений $\varepsilon - \varepsilon_1 = 2{,}5$ и $\varepsilon_2 = 10$. Из этих зависимостей видно, что отношение P_i/P_a становится практически равным нулю не при $\lambda = \infty$, а при некоторой конечной длине волны, определяемой из соотношения $d/\lambda = 0{,}1\ldots0{,}2$. Равенство же $P_i/P_a = 0$ свидетельствует об отсутствии волны в стержне. Таким образом, $(d/\lambda)_{кр} = 0{,}1\ldots0{,}2$ являются, по сути, критическими размерами, определяющими существование несимметричной волны.

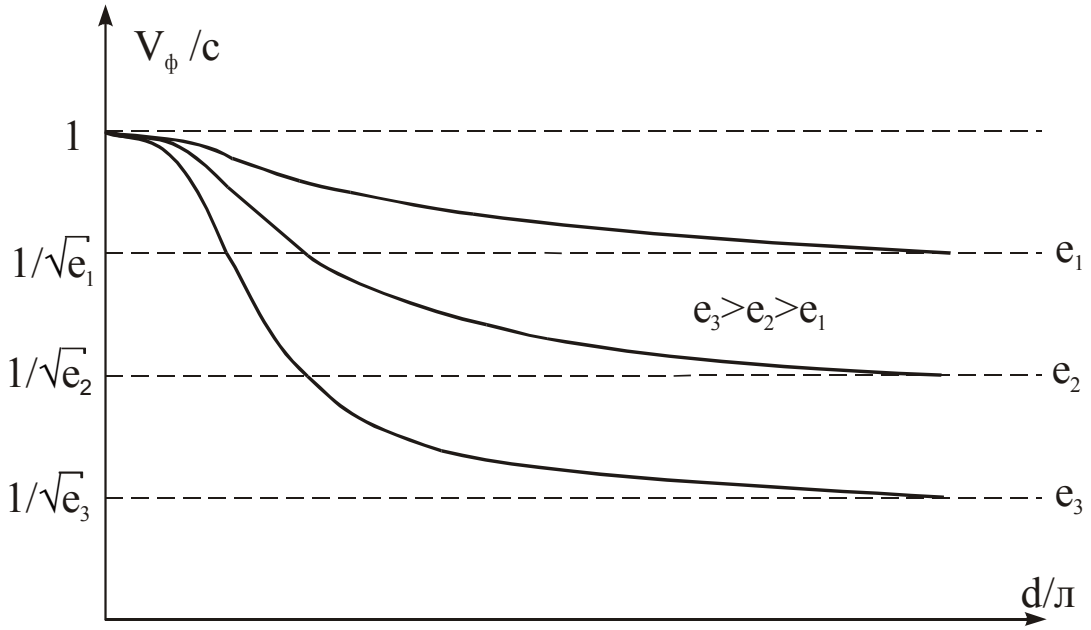


Рис. 6.14

Приведенный выше анализ позволяет сделать следующие выводы об особенностях электромагнитного поля симметричных и несимметричных волн в диэлектрических стержнях:

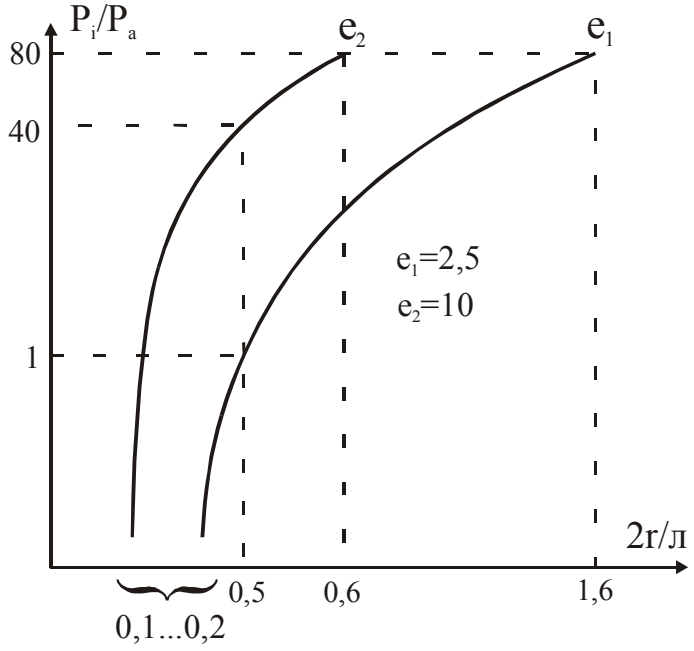


Рис. 6.15

1. Фазовая постоянная β и фазовая скорость $V_Ф$ одинаковы в стержне и во внешней среде.

2. Фазовая скорость $V_Ф$ лежит между фазовой скоростью $c/\sqrt{\varepsilon}$ в неограниченной диэлектрической среде с относительной диэлектрической проницаемостью ε и скоростью света c в свободном пространстве.

3. При сравнительно малых диаметрах стержня $V_Ф = c$, начиная с некоторого диаметра (см. рис. 6.11), дальнейшее его увеличение приводит к быстрому уменьшению $V_Ф$, которая вскоре достигает величины $V_Ф = c/\sqrt{\varepsilon}$, после чего опять почти не меняется.

4. Чем меньше диэлектрическая проницаемость ε, тем более пологой является кривая изменения $V_Ф/c$ от d/λ и тем позже (при больших значениях d/λ) начинается переход от $v_Ф = c$ к $v_Ф = c/\sqrt{\varepsilon}$ (см. рис. 6.14).

5. При каждом заданном значении ε кривая $V_Ф/c$ имеет более пологий характер вблизи $V_Ф = c/\sqrt{\varepsilon}$ и более крутой вблизи $V_Ф = c$.

6. При $V_Ф = c$ почти все излучение переносится внешним пространством ($P_i/P_a = 0$). При $V_Ф = c/\sqrt{\varepsilon}$ почти все излучение переносится стержнем ($P_i/P_a \to \infty$) (см. рис. 6.15).

7. Картина электромагнитного поля в диэлектрическом стержне аналогична картине поля в волноводе при возбуждении в том и другом случае одинаковых типов волн. На границе диэлектрик – воздух соблюдается закон непрерывности касательных составляющих поля (см. рис. 6.12) в отличие от волноводов, где касательная составляющая электрического вектора вследствие появления поверхностных токов равна нулю (см. рис. 6.4).

8. При несимметричном возбуждении принципиально невозможно отделить волны типа H_{mn} от волн типа E_{mn}, существующих совместно. Подбором способа возбуждения можно сделать тот или иной тип преобладающим. При возбуждении перпендикулярным к оси излучателем преобладает тип H_{mn}.

6.3. Второй принцип эквивалентности

Сущность этого принципа заключается в эквивалентности токов смещения в диэлектрике токам проводимости в металлах.

Пусть в диэлектрическом стержне с диэлектрической проницаемостью ε и магнитной проницаемостью $\mu = \mu_0$ существуют электрические токи с плотностью $\vec{j}^{\,э}$, магнитные токи равны нулю ($\vec{j}^{\,м} = 0$).

Запишем уравнения Максвелла для этого пространства:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot}\vec{H} &= \vec{j}^{\,э} + i\omega\varepsilon\vec{E}; \\ \operatorname{rot}\vec{E} &= -i\omega\mu_0\vec{H}; \\ \operatorname{div}\left(\varepsilon\vec{E}\right) &= \rho; \\ \operatorname{div}\vec{H} &= 0. \end{aligned} \qquad (6.27)$$

Введем новые величины – суммарную плотность тока $\vec{j}^{\,*}$ и суммарную плотность заряда ρ^*:

$$\begin{aligned} \vec{j}^{\,*} &= \vec{j}^{\,э} + i\omega(\varepsilon - \varepsilon_0)\vec{E}; \\ \rho^* &= \rho - \operatorname{div}\left[(\varepsilon - \varepsilon_0)\vec{E}\right], \end{aligned} \qquad (6.28)$$

где ε_0 – диэлектрическая проницаемость свободного пространства (вакуума).

Исключив из системы уравнений (6.27) $\vec{j}^{\,э}$ и ρ, с помощью (6.28) получим

$$\begin{aligned} \operatorname{rot}\vec{H} &= \vec{j}^{\,*} + i\omega\varepsilon\vec{E}, \\ \operatorname{rot}\vec{E} &= -i\omega\mu_0\vec{H}, \\ \operatorname{div}\left(\varepsilon_0\vec{E}\right) &= \rho^*, \\ \operatorname{div}\vec{H} &= 0. \end{aligned} \qquad (6.29)$$

Из сравнения (6.29) с (6.27) видно, что (6.29) соответствует среде с диэлектрической проницаемостью ε_0, т.е. свободному пространству,

но в которой имеются плотность токов $\vec{j}^{*}$ и плотность зарядов ρ^{*}, определяемые (6.28).

При отсутствии токов проводимости и электрических зарядов ($\vec{j}^{э} = 0,\ \rho = 0$) диэлектрический стержень с проницаемостью ε, в котором возбуждается электромагнитное поле $\vec{E}$, можно условно рассматривать как среду с проницаемостью ε_0, в которой возбуждены токи и заряды с эквивалентной плотностью

$$\vec{j}_{экв} = i\omega(\varepsilon - \varepsilon_0)\vec{E},$$

$$\rho_{экв} = -\mathrm{div}\left[(\varepsilon - \varepsilon_0)\vec{E}\right]. \qquad (6.30)$$

В случае однородного изотропного стержня ($\varepsilon = \mathrm{const}$) и отсутствия в нем токов проводимости и зарядов, как известно, $\mathrm{div}\,\vec{E} = 0$, следовательно, и $\rho_{экв} = 0$.

Таким образом, согласно ***второму принципу эквивалентности*** диэлектрический стержень антенны, являющийся однородной изотропной средой с диэлектрической проницаемостью ε, в котором возбуждается электромагнитное поле с электрическим вектором $\vec{E}$, может рассматриваться как среда с диэлектрической проницаемостью ε_0, но с возбужденными в ней электрическими токами плотностью $\vec{j}_{экв}$, определяемой (6.30). Поскольку же внешняя среда также обладает диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = \varepsilon_0$, то задача об излучении ДСА может быть сведена к задаче об электромагнитном поле в однородной среде с $\varepsilon = \varepsilon_0$, в которой в месте нахождения диэлектрического стержня возбуждены токи с плотностью $\vec{j}_{экв}$ [1].

В связи с изложенным принципом уместно сформулировать ***первый*** принцип эквивалентности: "По отношению к создаваемому источниками электромагнитному полю между собой эквивалентны поверхностные токи и заряды, с одной стороны, и касательные и нормальные составляющие векторов поля $\vec{E}$ и $\vec{H}$ на поверхности, с другой стороны". Математически этот принцип выражается следующим образом [19]:

$$\left[\vec{n}\vec{H}\right] = \vec{j}^{э}_{пов\,экв};$$
$$\left[\vec{n}\vec{E}\right] = -\vec{j}^{м}_{пов\,экв};$$
$$\mu\left(\vec{n}\vec{H}\right) = \rho^{м}_{пов\,экв};$$
$$\varepsilon\left(\vec{n}\vec{E}\right) = \rho^{э}_{пов\,экв}, \qquad (6.31)$$

где $\vec{n}$ – орт внешней нормали к поверхности.

Нужно помнить, что в силу $\left[\vec{n}\vec{E}\right] = 0$, $\left(\vec{n}\vec{H}\right) = 0$ на поверхности идеального проводника $\vec{j}^{м}_{пов} = 0$, $\rho^{м}_{пов} = 0$.

6.4. Диаграмма направленности ДСА

Найдем ДН ДСА в виде диэлектрического цилиндра длиной ℓ, диаметром d и $\varepsilon = \text{const}$ (рис. 6.16). Будем предполагать, что цилиндр возбуждается круглым волноводом с несимметричной волной H_{11}, следовательно, в цилиндре будет распространяться бегущая волна HE_{11}.

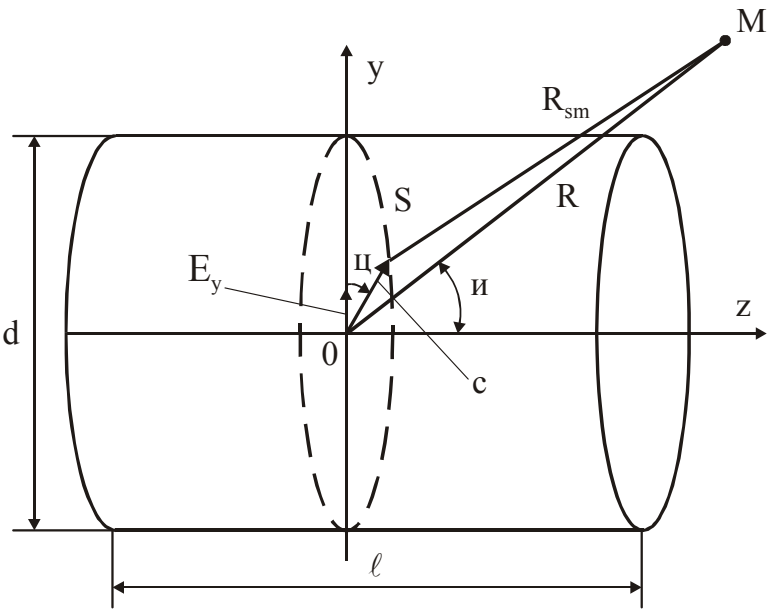


Рис. 6.16

Напряженность поля ДСА в дальней зоне может быть определена по формуле

$$E(\theta) = \int_V j_{экв} \frac{e^{-ikR_{sm}}}{R_{sm}} dV, \qquad (6.32)$$

где в соответствии с (6.30) $j_{экв} = i\omega(\varepsilon - \varepsilon_0)E_y = AE_y$; E_y – проекция электрического вектора внутри стержня на ось Oy; R_{sm} – расстояние от точки наблюдения M до произвольной точки внутри стержня (см. рис. 6.16).

Из рисунка видно, что условие дальней зоны, которое необходимо выполнить при вычислении фаз поля, будет иметь вид

$$R_{sm} = R - z\cos\theta - \rho\sin\theta, \qquad (6.33)$$

где R – расстояние от точки наблюдения M до начальной точки O на оси стержня;

θ – угол между осью стержня и направлением от точки наблюдения до начальной точки на оси стержня.

Тогда учитывая, что для дальней зоны при вычислении амплитуд выполняется условие

$$1/R_1 = 1/R_2 = \ldots = 1/R_{sm} = 1/R,$$

можем записать

$$E(\theta) = (A/R)\int_V E_y e^{-ikR_{sm}} dV. \qquad (6.34)$$

Представим E_y в виде АФР:

$$E_y = f(\rho,\varphi)e^{-\alpha z} e^{-i\beta z}, \qquad (6.35)$$

где $f(\rho,\varphi)$ – функция, определяющая распределение поля в поперечном сечении цилиндра; α – коэффициент затухания, определяющий зависимость амплитуды поля от координаты z; $\beta = \omega/V_\Phi$ – фазовая постоянная волны HE_{11} в стержне.

Подставив (6.35) и (6.33) в (6.34), получим

$$E(\theta)=\left(Ae^{-ikR}/R\right)\int_0^{d/2}\int_0^{2\pi} f(\rho,\varphi)e^{ik\rho\sin\theta}\rho d\rho d\varphi\int_0^{\ell} e^{-\alpha z}e^{-i\beta z}e^{ikz\cos\theta}dz. \qquad (6.36)$$

Картина поля волны HE_{11} в поперечном сечении диэлектрического цилиндра (см. рис. 6.12) подобна картине поля волны H_{11} в раскрыве волновода круглого сечения (см. рис. 6.4). Поэтому с достаточной точностью можно положить:

– в плоскости H

$$\int_0^{d/2}\int_0^{2\pi} f(\rho,\varphi)e^{ik\rho\sin\theta}\rho d\rho d\varphi \approx \Lambda_1\left[(\pi d/\lambda)\sin\theta\right]; \qquad (6.37)$$

– в плоскости E

$$\int_0^{d/2}\int_0^{2\pi} f(\rho,\varphi)e^{ik\rho\sin\theta}\rho d\rho d\varphi \approx \cos\theta\Lambda_1\left[(\pi d/\lambda)\sin\theta\right], \qquad (6.38)$$

где $\Lambda_1(x)$ – лямбда-функция первого порядка.

Тогда (6.36) будет иметь такой вид:

– в плоскости H

$$E_H(\theta)=\left(Ae^{-ikR}/R\right)\Lambda_1\left[(\pi d/\lambda)\sin\theta\right]\int_0^{\ell} e^{-\alpha z}e^{-i\beta z}e^{ikz\cos\theta}dz; \qquad (6.39)$$

– в плоскости E

$$E_E(\theta)=\left(Ae^{-ikR}/R\right)\cos\theta\Lambda_1\left[(\pi d/\lambda)\sin\theta\right]\int_0^{\ell} e^{-\alpha z}e^{-i\beta z}e^{ikz\cos\theta}dz. \qquad (6.40)$$

Интеграл в (6.39), (6.40) подробно рассматривался при изучении ДН СБВ [1]. Он таков:

$$\int_0^{\ell} e^{-\alpha z}e^{-i\beta z}e^{ikz\cos\theta}dz=\ell\frac{\operatorname{sh}\left[\frac{\alpha\ell}{2}+i\frac{\pi\ell}{\lambda}(\xi-\cos\theta)\right]}{\left[\frac{\alpha\ell}{2}+i\frac{\pi\ell}{\lambda}(\xi-\cos\theta)\right]}, \qquad (6.41)$$

где $\xi=\beta/k=\lambda/\lambda_{CT}=c/V_\Phi$ – коэффициент замедления (укорочения);

λ_{CT} – длина волны в диэлектрическом стержне.

Из (6.41) видно, что выражения (6.39) и (6.40) для $E(\theta)$ в обеих плоскостях будут комплексными и ДСА в общем случае фазового центра иметь не будет.

Введем обозначение:

$$\eta=(\pi\ell/\lambda)(\xi-\cos\theta), \qquad (6.42)$$

тогда нормированная ДН ДСА в плоскости E будет

$$|F_E(\theta)|=|\cos\theta|\left|\Lambda_1\left[(\pi d/\lambda)\sin\theta\right]\right|\left|\frac{\operatorname{sh}\left(\frac{\alpha\ell}{2}+i\eta\right)\left(\frac{\alpha\ell}{2}+i\eta_0\right)}{\left(\frac{\alpha\ell}{2}+i\eta\right)\operatorname{sh}\left(\frac{\alpha\ell}{2}+i\eta_0\right)}\right|, \qquad (6.43)$$

где $\eta_0 = (\pi\ell/\lambda)(\xi - 1)$.

Выражение (6.43) является произведением трех функций от угла θ:

$$|F_1(\theta)| = \left| \frac{\mathrm{sh}\left(\frac{\alpha\ell}{2} + i\eta\right)\left(\frac{\alpha\ell}{2} + i\eta_0\right)}{\left(\frac{\alpha\ell}{2} + i\eta\right)\mathrm{sh}\left(\frac{\alpha\ell}{2} + i\eta_0\right)} \right|; \qquad (6.44)$$

$$|F_2(\theta)| = |\Lambda_1[(\pi d/\lambda)\sin\theta]|; \qquad (6.45)$$

$$|F_3(\theta)| = |\cos\theta|. \qquad (6.46)$$

ДН в плоскости H отличается от (6.43) только тем, что в ней $F_3(\theta) = 1$.

На рис. 6.17 показаны кривые зависимости $F_1(\eta)$ для различных значений $\alpha\ell/2$, вычисленные по формуле (6.44). Из этого рисунка видно, что чем больше $\alpha\ell/2$ (чем быстрее убывают амплитуды поля от начала антенны к концу), тем шире главный лепесток ДН и больше боковые лепестки. Однако расширение главного лепестка и увеличение УБЛ незначительно. Основная особенность ДН при $\alpha > 0$ заключается в отсутствии нулевых значений поля, т.е. в слиянии главного и боковых лепестков в кривую со слабо выраженными точками экстремумов. При этом, чем больше α, тем слабее выражены экстремальные точки. Боковые лепестки убывают с возрастанием η.

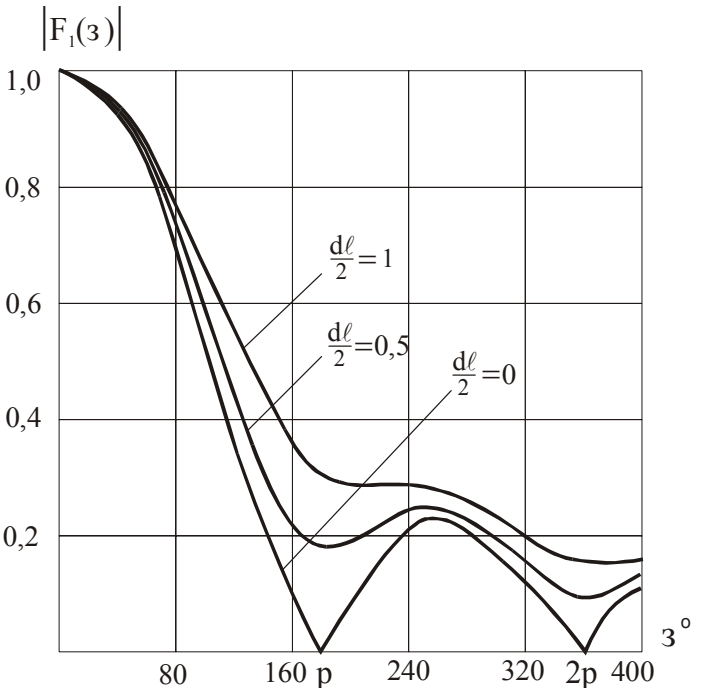


Рис. 6.17

В отсутствие затухания ($\alpha\ell/2 = 0$) выражение (6.44) принимает вид

$$F_1(\theta) = (\sin\eta/\eta)(\eta_0/\sin\eta_0) \qquad (6.47)$$

и является вещественной функцией. Следовательно, в отсутствие затухания ДСА будет иметь фазовый центр, расположенный в ее середине, а в ДН ДСА будут существовать четко выраженные нули при $\eta = n\pi$ ($n = 1, 2, 3, \ldots$).

На рис. 6.18 приведены зависимости $F_2(\theta)$ для различных значений d/λ. Из этого рисунка видно, что при малых диаметрах стержня ($d/\lambda = 0{,}3 \ldots 0{,}5$) функция $F_2(\theta)$ мало меняется с изменением θ в пределах от 0 до 90°. Следовательно, при таких d/λ множитель $F_2(\theta)$ может не учитываться. При значительных диаметрах стержня ($d/\lambda \approx 2$) функция $F_2(\theta)$ резко меняется с изменением θ. Отсюда следует, что при $d/\lambda \approx 2$ множитель $F_2(\theta)$ может оказаться определяющим в ДН ДСА.

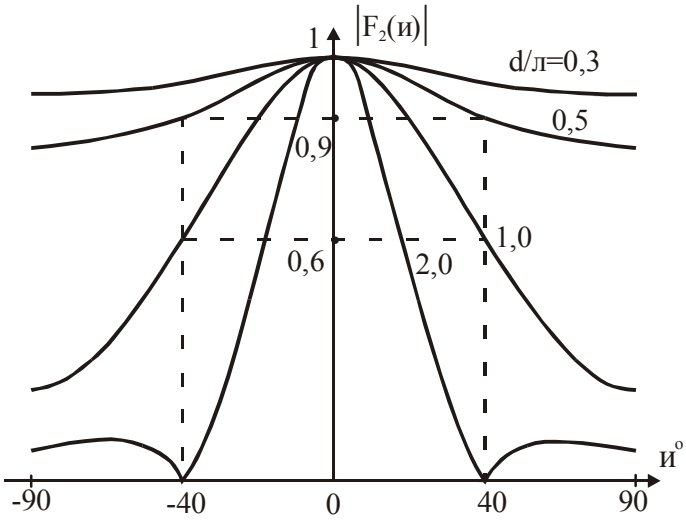


Рис. 6.18

Множитель $F_3(\theta) = \cos\theta$ относится только к плоскости E. Примерно от $\theta = 0^o$ до $\theta = 40\ldots45^o$ он мало меняется. Более быстрое убывание $F_3(\theta)$ с увеличением угла θ начинается после $\theta = 45\ldots50^o$. Таким образом, наличие множителя $F_3(\theta)$ в выражении для $F_E(\theta)$ в формуле (6.43) в основном влияет на УБЛ ДН, но мало сказывается на ее форме. ДН ДСА малого диаметра определяются в основном функцией $F_1(\theta)$, а большого диаметра – произведением функций $F_1(\theta)$ и $F_2(\theta)$.

Максимальный КНД ДСА находится из условия Хансена-Вудъярда [25]: "СБВ имеет максимальный КНД, если на длине системы ℓ набег фазы волны, распространяющейся в системе, на π превышает набег фазы в свободном пространстве на таком же пути ℓ", т.е.

$$\beta\ell - k\ell = \pi, \qquad (6.48)$$

откуда оптимальный коэффициент укорочения, входящий в выражения (6.43) и (6.44), будет

$$\xi_{опт} = 1 + \lambda/2\ell. \qquad (6.49)$$

Максимальный КНД при $\xi = \xi_{опт}$ составляет

$$Dm = (7\ldots8)\ell/\lambda\,. \qquad (6.50)$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Фрадин А.З. Антенны сверхвысоких частот. – М.: Сов. радио, 1957.
2. Дорохов А.П. Расчет и конструирование антенно-фидерных устройств. – Х.: ХГУ, 1960.
3. Драбкин А.Л., Зузенко В.Л. Антенно-фидерные устройства. – М.: Сов. радио, 1961.
4. Основы теории антенн / И.П. Заикин, А.В. Тоцкий, С.К. Абрамов, В.В. Лукин. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т „Харьк. авиац. ин-т”, 2005.
5. Жук М.С., Молочков Ю.Б. Проектирование антенно-фидерных устройств. – М.;-Л.: Энергия, 1976.
6. Марков Г.Т., Сазонов Д.М. Антенны. – М.: Энергия, 1975.
7. Сазонов Д.М. Антенны и устройства СВЧ. – М.: Высш. шк., 1988.
8. Драбкин А.Л., Зузенко В.Л., Кислов А.Г. Антенно-фидерные устройства. – М.: Сов. радио, 1974.
9. Заїкін І.П., Тоцький О.В. Антени та пристрої НВЧ: Навч. посібник до курс. проектування. – Х.: ХАІ, 1993. – Ч.1.

10. Лавров А.С., Резников Г.Б. Антенно-фидерные устройства. – М.: Сов. радио, 1974.
11. Жук М.С, Молочков Ю.Б. Проектирование линзовых, сканирующих, широкодиапазонных антенн и фидерных устройств. – М.: Энергия, 1973.
12. Кюн Р. Микроволновые антенны. – Л.: Судостроение, 1967.
13. Заїкін І.П., Тоцький О.В. Антени та пристої НВЧ: Навч. посібник до курс. проектування. – Х.: ХАІ, 1994. – Ч.2.
14. Ардабьевский А.И., Воропавева В.Г., Гринева К.И. Пособие по расчету антенн сверхвысоких частот. – М.: Оборонгиз, 1957.
15. Пособие по расчету антенн сверхвысоких частот / Г.П. Веселкова, В.А. Климов, В.Ф. Манойлов, Б.М. Петров. – Таганрог: ТРТИ, 1974.
16. Вавилова И.В., Могильникова К.И. Радиотехнические параметры современных остронаправленных антенн и методы их измерений // Современные проблемы антенно-волноводной техники. – М.: Наука, 1967.
17. Расчет и проектирование антенн сверхвысоких частот / Я.С. Шифрин, Ю.Г. Гукасов, Л.Г. Корниенко, П.А. Базарнов – Х.: ВИРТА, 1971.
18. Фрадин А.З. Антенно-фидерные устройства. – М.: Связь, 1971.
19. Айзенберг Г.З. Антенны ультракоротких волн. – М.: Связьиздат, 1957.
20. Сканирующие антенные системы / Под ред. Г.Т. Маркова и А.Ф. Чаплина. – М.: Сов. Радио, 1966. – Т.1.
21. Шубарин Ю.В. Антенны сверхвысоких частот. – Х.: ХГУ, 1960.
22. Фельдштейн А.Л., Явич Л.Р., Смирнов В.П. Справочник по элементам волноводной техники. – М.: Сов. радио, 1967.
23. Анго А. Математика для электро- и радиоинженеров. – М.: Физматгиз, 1965.
24. Гольдштейн Л.Д., Зернов Н.В. Электромагнитные поля и волны. – М.: Сов. радио, 1971.
25. Заїкін І.П., Тоцький О.В. Антени та пристрої НВЧ: Навч. посібник до курс. проектування. – Х.: ХАІ, 1997. – Ч.4.

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Излучение из открытого конца прямоугольного волновода 3
1.1. Основная задача теории антенн 3
1.2. Внутренняя задача для прямоугольного волновода 4
1.3. Внешняя задача для открытого конца прямоугольного волновода 7
2. Рупорные антенны 10
2.1. Внутренняя задача для H-плоскостного рупора 10
2.2. Внешняя задача для H-плоскостного рупора 17
2.3. E-плоскостной рупор 20
2.4. Пирамидальный рупор 24
2.5. Способы уменьшения длины рупора 28
3. Линзовые антенны 29
3.1. Уравнения профилей линз 30
3.2. Металлопластинчатые ускоряющие линзы 31
3.3. Полоса пропускания металлопластинчатых линз 34
3.4. Поле в раскрыве и поле излучения ускоряющей линзы 37
3.5. Металлодиэлектрические замедляющие линзы 40
3.6. Поле в раскрыве и поле излучения замедляющих линз 43
3.7. КПД линзовых антенн 46
4. Зеркальные антенны 46
4.1. Распределение плотности токов на поверхности ЗА 48
4.2. Апертурный метод расчета поля излучения зеркала 51
4.3. Коэффициент направленного действия, коэффициент использования поверхности, коэффициент полезного действия и коэффициент усиления ЗА 55
4.4. Облучатели параболоидов вращения 59
4.5. Параболический цилиндр и его облучатели 62
4.6. Реакция зеркала на облучатель и способы ее устранения 67
4.7. Допуски на изготовление ЗА. Парусность 70
5. Щелевые антенны 72
5.1. Поле излучения идеальной щелевой антенны 74
5.2. Входная проводимость и входное сопротивление прямолинейной щелевой антенны 75
5.3. Щели, прорезанные в стенках прямоугольного волновода 77
5.4. Возбуждение прямоугольного воловода щелью 78
5.5. Возбуждение щели волноводом 85
5.6. Крестообразная щель в широкой стенке волновода 87
5.7. Многощелевые антенны 88
6. Диэлектрические стержневые антенны 89
6.1. Внутренняя задача для цилиндрического стержня 91
6.2. Возбуждение диэлектрического стержня несимметричными волнами 96
6.3. Второй принцип эквивалентности 99
6.4. Диаграмма направленности ДСА 101
Библиографический список 104

Заикин Иван Павлович
Тоцкий Александр Владимирович
Абрамов Сергей Клавдиевич
Лукин Владимир Васильевич

ПРОЕКТИРОВАНИЕ АНТЕННЫХ УСТРОЙСТВ СВЧ

Редактор А.Н. Емленинова

Св. план, 2005
Подписано в печать 19.07.2005
Формат 60х48 1/16. Бум. офс. №2. Офс. печ.
Усл. печ. л. 5,9. Уч.–изд. л. 6,68. Т. 150 экз. Заказ 337. Цена свободная

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского
« Харьковский авиационный институт »
61070, Харьков–70, ул. Чкалова, 17
http://www.khai.edu
Издательский центр «ХАИ»
61070, Харьков–70, ул. Чкалова, 17
izdat@khai.edu