

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского
«Харьковский авиационный институт»

С.Н. Барсуков

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В НАПРАВЛЯЮЩИХ СТРУКТУРАХ

Учебное пособие

Харьков «ХАИ» 2007

С.Н. Барсуков

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В НАПРАВЛЯЮЩИХ СТРУКТУРАХ

2007

4

УДК 621.372.8(075.8)

Электромагнитные волны в направляющих структурах/ С.Н. Барсуков.
– Учеб. пособие. – Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т «Харьк. авиац. ин-т»,
2007 – 59 с.

Изложена теория электромагнитных процессов в направляющих структурах СВЧ, в частности, прямоугольных и круглых волноводах, коаксиальных и полосковых линиях передачи. Рассмотрены особенности и типы направляемых волн, их основные характеристики. Приведена методика энергетического анализа направляющих структур.

Для студентов факультета радиотехнических систем летательных аппаратов при усвоении части 2 лекционного курса «Электродинамика и распространение радиоволн».

Ил. 49. Табл.3. Библиогр.: 9 назв.

Рецензенты: д-р техн. наук, проф. А.В. Полярус,
канд. техн. наук, доц. Е.А. Милькевич

©Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского
«Харьковский авиационный институт», 2007 г.

1. НАПРАВЛЯЕМЫЕ ВОЛНЫ

Направляемая волна – это волна, которая распространяется вдоль заданного направления. Приоритетность направления обеспечивается направляющей системой. К направляющим системам относятся: металлические плоскости, металлические или диэлектрические стержни, металлические трубки и т.д. Конструктивно эти системы реализуются в виде волноводов, коаксиальных и полосковых линий.

1.1. Особенности направляемой волны. Волновое уравнение

Волна, которая распространяется в направляющей структуре, называется направляемой волной. Направляемая волна – неоднородная: в плоскости фронта волны ее компоненты E и H не постоянны, поскольку изменяются по закону стоячей волны. В такой волне поверхности равных фаз и равных амплитуд не совпадают. Изменения амплитуды волны определяются необходимостью выполнения граничных условий на поверхности, которая ограничивает эту структуру.

На рис. 1.1 показана произвольная односвязная направляющая система, где ΔS – поперечное сечение направляющей системы, S – плоскость фронта (XOY), Z – направление распространения.

В общем виде комплексная амплитуда направляемой волны имеет два множителя:

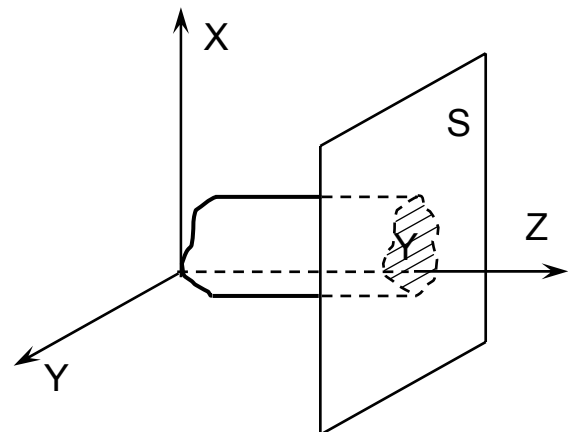


Рис. 1.1

$$\dot{\vec{E}}_m = \dot{\vec{E}}_0(x, y)e^{-jhz}, \quad (1.1)$$

где $\dot{\vec{E}}_0(x, y)$ – амплитудный множитель, то есть функция распределения напряженности поля в плоскости поперечного сечения волны;

e^{-jhz} – фазовый множитель;

h – продольное волновое число.

Волновое уравнение (Гельмгольца) для монохроматической волны в неограниченном пространстве имеет следующий вид:

$$\nabla^2 \dot{\vec{E}}_m + k^2 \dot{\vec{E}}_m = 0,$$

где волновое число $k = \frac{\omega}{g} = \omega \sqrt{\varepsilon \mu} = \frac{2\pi}{\lambda}$.

В ограниченной направляющей структуре решение уравнения имеет вид (1.1), что позволяет упростить исходное уравнение.

Разобьем пространственный лапласиан на два слагаемых, тогда получим

$$\nabla_s^2 \dot{\vec{E}}_m + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \dot{\vec{E}}_m + k^2 \dot{\vec{E}}_m = 0,$$

где $\nabla_s^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ – двумерный лапласиан в плоскости фронта волны.

Вторая производная по продольной координате с учетом (1.1) заменяется в соответствии со следующим равенством:

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \dot{\vec{E}}_m = (-jh)^2 \dot{\vec{E}}_m = -h^2 \dot{\vec{E}}_m.$$

Тогда волновое уравнение примет такой вид:

$$\nabla_s^2 \dot{\vec{E}}_m + (k^2 - h^2) \dot{\vec{E}}_m = 0.$$

Если в уравнение ввести обозначение $g = \sqrt{k^2 - h^2}$ – поперечное волновое число, то получим

$$\nabla_s^2 \dot{\vec{E}}_m + g^2 \dot{\vec{E}}_m = 0, \quad (1.2)$$

а если сократить его на экспоненту, то –

$$\nabla_s^2 \dot{\vec{E}}_0(x, y) + g^2 \dot{\vec{E}}_0(x, y) = 0.$$

Таким образом, волновое уравнение для направляемой волны зависит только от поперечных пространственных координат.

1.2. Взаимосвязь поперечных и продольных компонент волны

Особенность направляемой волны (1.1) позволяет выразить поперечные компоненты волны через продольные. Поэтому взаимосвязи

$$\dot{E}_X, \dot{E}_Y = f_1(\dot{E}_Z, \dot{H}_Z), \quad \dot{H}_X, \dot{H}_Y = f_2(\dot{E}_Z, \dot{H}_Z)$$

можно получить исходя из уравнений Максвелла, записанных в комплексной форме для диэлектрической среды:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = j\omega\varepsilon \vec{E};$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -j\omega\mu \vec{H}.$$

Запишем компоненты ротора и приравняем составляющие векторов в левой и правой частях уравнений:

$$\operatorname{rot} \vec{E} = \begin{vmatrix} \vec{X}_0 & \vec{Y}_0 & \vec{Z}_0 \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ \dot{E}_x & \dot{E}_y & \dot{E}_z \end{vmatrix};$$

$$\operatorname{rot}_x \dot{E} = \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial y} - \frac{\partial \dot{E}_y}{\partial z} = -j\omega\mu \dot{H}_x,$$

$$\operatorname{rot}_y \dot{E} = -\left(\frac{\partial \dot{E}_z}{\partial x} - \frac{\partial \dot{E}_x}{\partial z} \right) = -j\omega\mu \dot{H}_y,$$

$$\operatorname{rot}_z \dot{E} = \frac{\partial \dot{E}_y}{\partial x} - \frac{\partial \dot{E}_x}{\partial y} = -j\omega\mu \dot{H}_z.$$

Заменим производную $\frac{\partial}{\partial z} = -(jh)$ и выберем первое и второе равенства:

$$\left\{ \begin{array}{l} j\omega\mu \dot{H}_X + jh\dot{E}_Y = -\frac{\partial \dot{E}_Z}{\partial y}, \\ j\omega\mu \dot{H}_Y - jh\dot{E}_X = \frac{\partial \dot{E}_Z}{\partial x}, \end{array} \right. \left| \begin{array}{l} \mu \rightarrow -\varepsilon \\ E \leftrightarrow H \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} -j\omega\varepsilon \dot{E}_X + jh\dot{H}_Y = -\frac{\partial \dot{H}_Z}{\partial y}, \\ -j\omega\varepsilon \dot{E}_Y - jh\dot{H}_X = \frac{\partial \dot{H}_Z}{\partial x}. \end{array} \right.$$

В связи с симметрией уравнений Максвелла вторую пару уравнений получим с использованием принципа эквивалентных замен. Из полученных уравнений выберем пару уравнений, в которые входят компоненты \dot{H}_X , \dot{E}_Y . Решим выбранную систему уравнений относительно этих переменных. Для этого умножим обе части уравнений на соответствующие коэффициенты, а затем сложим эти уравнения:

$$\left\{ \begin{array}{l} j\omega\mu \dot{H}_X + jh\dot{E}_Y = -\frac{\partial \dot{E}_Z}{\partial y}, \\ jh\dot{H}_X + j\omega\varepsilon \dot{E}_Y = -\frac{\partial \dot{H}_Z}{\partial x}, \end{array} \right. \left| \begin{array}{l} jh \\ -j\omega\mu \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} j\omega\varepsilon, \\ -jh. \end{array} \right.$$

Тогда

$$-h^2 \dot{E}_Y + k^2 \dot{E}_Y = -jh \frac{\partial \dot{E}_Z}{\partial y} + j\omega\mu \frac{\partial \dot{H}_Z}{\partial x},$$

$$-k^2 \dot{H}_X + h^2 \dot{H}_X = -j\omega\varepsilon \frac{\partial \dot{E}_Z}{\partial y} + jh \frac{\partial \dot{H}_Z}{\partial x}.$$

Учитывая, что $k^2 - h^2 = g^2$, получим

$$\dot{E}_Y = \frac{j}{g^2} \left(-h \frac{\partial \dot{E}_Z}{\partial y} + \omega \mu \frac{\partial \dot{H}_Z}{\partial x} \right), \quad (1.3)$$

$$\dot{H}_X = -\frac{j}{g^2} \left(-\omega \varepsilon \frac{\partial \dot{E}_Z}{\partial y} + h \frac{\partial \dot{H}_Z}{\partial x} \right).$$

Используя эквивалентные замены $\mu \rightarrow -\varepsilon$, $E \rightarrow H$, имеем еще пару уравнений:

$$\dot{H}_Y = \frac{j}{g^2} \left(-h \frac{\partial \dot{H}_Z}{\partial y} - \omega \varepsilon \frac{\partial \dot{E}_Z}{\partial x} \right), \quad (1.4)$$

$$\dot{E}_X = -\frac{j}{g^2} \left(\omega \mu \frac{\partial \dot{H}_Z}{\partial y} + h \frac{\partial \dot{E}_Z}{\partial x} \right).$$

Эта система из четырех уравнений определяет взаимосвязь поперечных компонент направляемой волны через продольные. В свою очередь, продольные составляющие \dot{H}_Z, \dot{E}_Z определяются из решения одномерных (скалярных) волновых уравнений

$$\nabla_S^2 \dot{E}_Z + g^2 \dot{E}_Z = 0, \quad \nabla_S^2 \dot{H}_Z + g^2 \dot{H}_Z = 0$$

с учетом граничных условий $E_\tau = 0$, $H_n = 0$ (краевая задача Дирихле).

1.3. Типы направляемых волн

Проанализируем особенности волнового уравнения в двухсвязных и односвязных направляющих структурах.

1. В первом варианте волновое уравнение

$$\nabla_S^2 \dot{\vec{E}} + g^2 \dot{\vec{E}} = 0$$

удовлетворяется в частном случае при двух условиях:

$$\nabla_S^2 \dot{\vec{E}} = 0, \quad g = 0.$$

Равенство нулю плоского лапласиана соответствует статическому полю. Действительно, из уравнения Максвелла

$$\text{rot} \dot{\vec{E}} = -\frac{\partial \dot{\vec{B}}}{\partial t},$$

а при статическом поле $\frac{\partial \dot{\vec{B}}}{\partial t} = 0$ получим

$$\text{rot} \dot{\vec{E}} = 0.$$

Тогда, используя тождество, имеем

$$\text{rot rot} \dot{\vec{E}} = \text{grad div} \dot{\vec{E}} - \nabla^2 \dot{\vec{E}} = 0,$$

причем в свободном от зарядов пространстве $\text{div} \dot{\vec{E}} = 0$, следовательно, $\nabla^2 \dot{\vec{E}} = 0$.

Вывод: этот тип волн существует в направляющих системах, по которым можно передавать постоянный ток (двусвязные системы). В таких структурах $g = 0$, поэтому волновое число $k^2 = g^2 + h^2$ совпадает с волновым числом для неограниченного пространства, т.е. $k = h$. В этом случае волна является поперечной ($E_Z = 0, H_Z = 0$), т.е. линии векторов E и H лежат в плоскости поперечного сечения волны. Такая волна обозначается как ТЕМ-волна (transvers – поперечный).

В односвязных направляющих системах распространяются волны поперечно-магнитного (ТН) или поперечно-электрического (ТЕ) типа.

2. Электрическая (Е-волна), или ТМ (ТН), – это поперечно-магнитная волна, в которой отсутствует продольная магнитная составляющая $H_Z = 0$.

3. Магнитная (Н-волна), или ТЕ, – это поперечно-электрическая волна, в которой продольная составляющая $E_Z = 0$.

В таких структурах плоский лапласиан и поперечное волновое число отличны от нуля:

$$\nabla_s^2 \dot{\vec{E}} \neq 0, \quad g \neq 0.$$

Постоянная распространения h отличается от волнового числа неограниченного пространства k , то есть

$$h = \sqrt{k^2 - g^2}. \quad (1.5)$$

В предельном случае при

$$k = g = k_K, \quad h = 0$$

исчезает волновой процесс. Введя понятие критической длины волны, постоянную распространения можно представить в таком виде:

$$h = \sqrt{k^2 - k_K^2} = k \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_K}\right)^2}, \quad (1.6)$$

где $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, $k_K = \frac{2\pi}{\lambda_K}$ – текущее волновое число и его критическое значение соответственно.

Критическая длина волны λ_K – это такое максимальное значение длины волны, измеренной в свободном пространстве, при которой прекращается распространение волны вдоль направляющей системы.

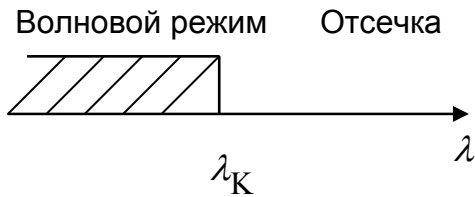


Рис. 1.2

В зависимости от длины волны возможны следующие режимы направляющей структуры (рис. 1.2):

а) режим распространения: $\lambda < \lambda_K$, h – действительное число,

$$\bar{E}(t) = \bar{E}_0(x, y) \cos(\omega t - hz);$$

б) режим отсечки: $\lambda > \lambda_K$, $h = -jh_1$, $\bar{E}(t) = \bar{E}_0(x, y) e^{-h_1 z} \cos \omega t$.

1.4. Характеристики дисперсных волн

Волны Е- и Н-типов обладают дисперсией, то есть фазовая скорость $\mathcal{G}_\phi = f(\omega)$, причем в отличие от ТЕМ-волны в этих волнах

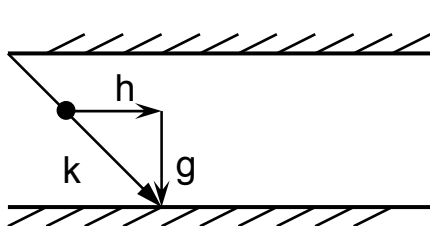


Рис. 1.3

$h \neq k$, следовательно, они имеют конечное значение λ_K .

К основным характеристикам дисперсных волн относятся следующие параметры:

1. Продольное волновое число

$$h = k \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_K} \right)^2},$$

причем в направляющей системе $h < k$ (рис. 1.3), так как волновое число неограниченного пространства k раскладывается на продольное h и поперечное g волновые числа, т.е. $k^2 = g^2 + h^2$.

2. Увеличенная длина волны в направляющей системе

$$\lambda_B = \frac{2\pi}{h} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_K} \right)^2}}, \quad (1.7)$$

где λ – длина волны в неограниченном пространстве, то есть ТЕМ-волны. Эффект увеличения длины волны в направляющей системе изображен на рис. 1.4, где показана взаимосвязь длины волны ТЕМ-типа λ с длиной волны в направляющей структуре λ_B . На основе геометрических построений соотношение длин волн описывается следующей формулой:

$$\lambda = \lambda_B \cos \alpha = \lambda_B \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = \lambda_B \sin \varphi.$$

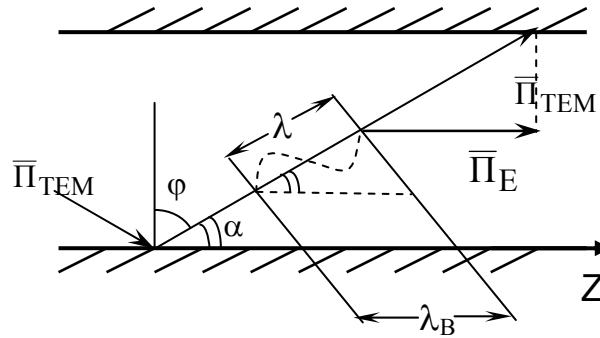


Рис. 1.4

3. Фазовая скорость, которая определяется через продольное волновое число:

$$\mathcal{G}_\phi = \frac{\omega}{h} = \frac{\omega}{k \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_K}\right)^2}}, \quad \text{или} \quad \mathcal{G}_\phi = \frac{\mathcal{G}_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_K}\right)^2}}, \quad (1.8)$$

где \mathcal{G}_0 – скорость в неограниченном пространстве. Следовательно, фазовая скорость увеличивается, т.е. волна становится «быстрой». Эта скорость возрастает в сравнении со скоростью в неограниченном пространстве: $\mathcal{G}_\phi > \mathcal{G}_0$.

На рис. 1.4 также показано изменение фазовой скорости

$$\mathcal{G}_\phi = \frac{\lambda_B}{T} = \frac{\lambda}{T \sin \varphi} = \frac{\mathcal{G}_0}{\sin \varphi},$$

где $\mathcal{G}_0 = \frac{\lambda}{T}$.

4. Групповая скорость, которая находится из условия взаимосвязи скоростей

$$\mathcal{G}_\Gamma \mathcal{G}_\phi = C^2, \quad \text{где} \quad C = \mathcal{G}_0, \quad \text{т.е.} \quad \mathcal{G}_\Gamma = \frac{C^2}{\mathcal{G}_\phi},$$

следовательно,

$$\mathcal{G}_\Gamma = \mathcal{G}_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_K}\right)^2}. \quad (1.9)$$

5. Волновое сопротивление Е-волны, которое определяется отношением поперечных компонент:

$$Z_C = \frac{E_Y}{H_X}.$$

Используя уравнения представлений поперечных компонент через продольные (1.3), (1.4) при $H_z = 0$, имеем

$$Z_C^E = \frac{h}{\omega\varepsilon} = \frac{k}{\omega\varepsilon} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_K}\right)^2}.$$

Поскольку волновое число и волновое сопротивление для неограниченного пространства соответственно равны:

$$k = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}, \quad Z_C = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}},$$

то

$$Z_C^E = Z_C \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_K}\right)^2}. \quad (1.10)$$

Волновое сопротивление для Н-волны

$$Z_C^H = \frac{\omega\mu}{h} = \frac{Z_C}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_K}\right)^2}}. \quad (1.11)$$

Уменьшение поперечной составляющей Е-волны по сравнению с ТЕМ (рис. 1.5) приводит к уменьшению волнового сопротивления Z_C^E в связи с уменьшением поперечной электрической компоненты, так как

$$Z_C = \frac{E_X}{H}.$$

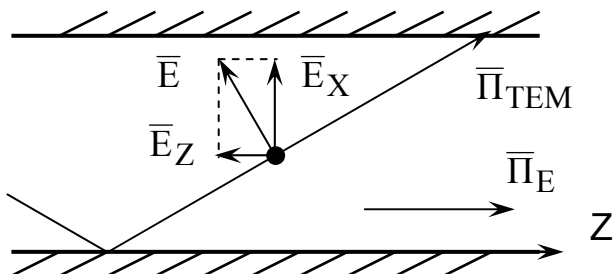


Рис. 1.5

Замечание: при увеличении длины волны ($\lambda > \lambda_K$) Z_C направляемой волны становится мнимым:

$$Z^E = \frac{\dot{E}_X}{\dot{H}} = jZ_C^E = Z_C^E e^{j\frac{\pi}{2}}.$$

При этом электрическая и магнитная компоненты волны сдвинуты на 90° , что приводит к мнимой величине вектора Пойнтинга \bar{P} . В этом случае отсутствует перенос энергии вдоль направляющей структуры.

2. ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ВОЛНОВОД

Прямоугольный волновод является направляющей структурой сантиметрового диапазона волн.

Геометрия волновода с выбранной системой координат приведена на рис. 2.1. Поперечное сечение волновода лежит в плоскости XOY , размеры поперечного сечения – $a \times b$, ось Z соответствует продольной оси волновода.

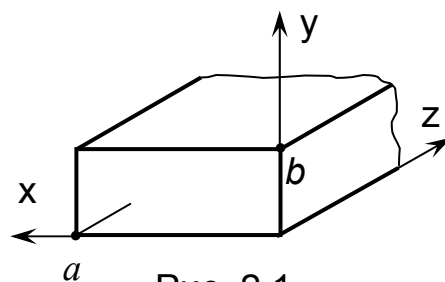


Рис. 2.1

Условия рассмотрения:

- 1) волновод неограничен вдоль продольной оси Z ;
- 2) стенки волновода – идеально проводящие;
- 3) среда внутри волновода – идеальная диэлектрическая.

Определим компоненты волны, распространяющейся внутри волновода. Задачу решим для двух типов волн: E -волны и H -волны.

2.1. Волны в прямоугольном волноводе

2.1.1. Волна электрического типа (E -волна)

Продольная компонента \dot{E}_z определяется из решения волнового уравнения

$$\nabla_s^2 \dot{E}_z + g^2 \dot{E}_z = 0 \quad (2.1)$$

для внутренней области структуры $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$ (рис. 2.2) с учетом четырех граничных условий

$$\dot{E}_z = 0 \text{ при } \begin{cases} x = 0, x = a, \\ y = 0, y = b. \end{cases} \quad (2.1a)$$

Поскольку \dot{E}_z является тангенциальной компонентой относительно ограничивающих плоскостей, то на каждой из них она должна обращаться в нуль.

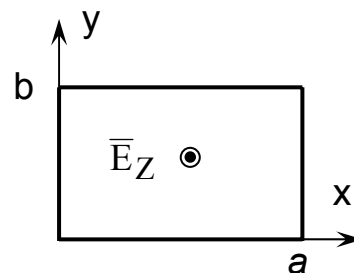


Рис. 2.2

Для решения уравнения используем метод разделения переменных (Фурье), то есть разобьем уравнение (2.1) на два: по координатам X и Y . Так как общая форма записи направляемой волны

$$\dot{E}_z = E_0(x, y)e^{-jhz},$$

то решение исходного уравнения можно записать в следующем виде:

$$\dot{E}_z = X(x) \cdot Y(y)e^{-jhz}. \quad (2.2)$$

Подставим \dot{E}_z в исходное уравнение (2.1):

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_Z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{E}_Z}{\partial y^2} + g^2 \dot{E}_Z = 0.$$

Тогда с учетом координатного разбиения амплитуды по x и y получим

$$X'' \cdot Y + Y'' \cdot X + g^2 XY = 0.$$

Разделим обе части этого уравнения на XY :

$$\frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} + g^2 = 0.$$

Представим поперечное волновое число как $g^2 = g_X^2 + g_Y^2$, тогда волновое уравнение распадается на два:

$$\begin{cases} \frac{X''}{X} + g_X^2 = 0; \\ \frac{Y''}{Y} + g_Y^2 = 0, \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} X'' + g_X^2 \cdot X = 0; \\ Y'' + g_Y^2 \cdot Y = 0. \end{cases}$$

Решения однородных уравнений запишем в следующем виде:

$$X = A \cos(g_X x) + B \sin(g_X x); \quad Y = C \cos(g_Y y) + D \sin(g_Y y).$$

Тогда (2.2) примет такую форму записи:

$$\dot{E}_Z = [A \cos g_X x + B \sin g_X x] \cdot [C \cos g_Y y + D \sin g_Y y] \cdot e^{-jhz}. \quad (2.3)$$

Определим постоянные величины A, B, C, D с использованием четырех граничных условий (2.1а). Применим первую пару граничных условий:

$$\begin{aligned} \underline{x=0}: & \quad A \cdot [C \cos g_Y y + D \sin g_Y y] = 0; \\ \underline{x=a}: & \quad [A \cos(g_X a) + B \sin(g_X a)] \cdot [C \cos(g_Y y) + D \sin(g_Y y)] = 0, \end{aligned}$$

откуда
$$\begin{cases} A = 0; \\ B \sin(g_X a) = 0. \end{cases}$$

Для следующей пары граничных условий имеем:

$$\begin{aligned} \underline{y=0}: & \quad C \cdot [A \cos g_X x + B \sin g_X x] = 0; \\ \underline{y=b}: & \quad [A \cos(g_X x) + B \sin(g_X x)] \cdot [C \cos(g_Y b) + D \sin(g_Y b)] = 0, \end{aligned}$$

откуда
$$\begin{cases} C = 0; \\ D \sin(g_Y b) = 0. \end{cases}$$

Так как $\sin(g_X a) = 0, \sin(g_Y b) = 0$, то

$$\begin{cases} g_X a = m\pi, & m \neq 0; \\ g_Y b = n\pi, & n \neq 0. \end{cases}$$

Следовательно, коэффициенты $C = 0$, $A = 0$, а поперечные волновые числа

$$\begin{cases} g_X = \frac{m\pi}{a}, \\ g_Y = \frac{n\pi}{b}. \end{cases} \quad (2.4)$$

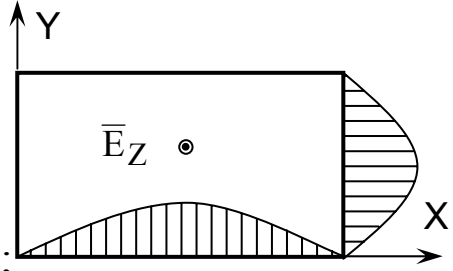
С учетом найденных коэффициентов ($C = 0$, $A = 0$), введя обозначение $BD = E_0$, из (2.3) получим окончательное решение волнового уравнения

$$\dot{E}_Z = E_0 \sin(g_X x) \sin(g_Y y) e^{-jhz}. \quad (2.5)$$

Распределение \dot{E}_Z вдоль координат X и Y при $m=1$, $n=1$ показано на рис. 1.7, откуда убеждаемся в соблюдении граничных условий $E_\tau = 0$ на стенках волновода.

Из уравнений взаимосвязи поперечных и продольных компонент (1.3) и (1.4) с учетом $\dot{H}_Z = 0$ определяются поперечные компоненты:

$$\begin{cases} \dot{E}_X = -j \frac{h}{g^2} \cdot \frac{\partial \dot{E}_Z}{\partial x}; & \dot{E}_Y = -j \frac{h}{g^2} \cdot \frac{\partial \dot{E}_Z}{\partial y}; \\ \dot{H}_Y = -j \frac{\omega \varepsilon}{g^2} \cdot \frac{\partial \dot{E}_Z}{\partial x}; & \dot{H}_X = j \frac{\omega \varepsilon}{g^2} \cdot \frac{\partial \dot{E}_Z}{\partial y}. \end{cases}$$



С учетом известной компоненты \dot{E}_Z (2.5) имеем

$$\begin{aligned} \dot{E}_X &= -jh \frac{g_X}{g^2} \dot{E}_0 \cos(g_X x) \cdot \sin(g_Y y) \cdot e^{-jhz}, \\ \dot{E}_Y &= -jh \frac{g_Y}{g^2} \dot{E}_0 \sin(g_X x) \cdot \cos(g_Y y) \cdot e^{-jhz}, \\ \dot{H}_X &= j\omega \varepsilon \frac{g_Y}{g^2} \dot{E}_0 \sin(g_X x) \cdot \cos(g_Y y) \cdot e^{-jhz}, \\ \dot{H}_Y &= -j\omega \varepsilon \frac{g_X}{g^2} \dot{E}_0 \cos(g_X x) \cdot \sin(g_Y y) \cdot e^{-jhz}. \end{aligned} \quad (2.6)$$

2.1.2. Волна магнитного типа (H-волна)

Волновое уравнение для продольной компоненты волны имеет вид

$$\nabla_S^2 \dot{H}_Z + g^2 \dot{H}_Z = 0. \quad (2.7)$$

Внутренняя область структуры ограничена координатами $0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$.

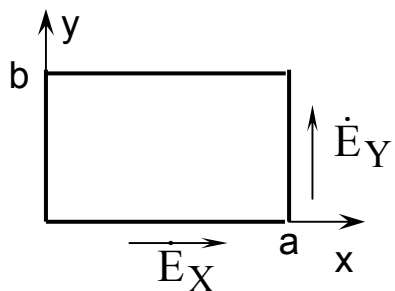


Рис. 2.4

Граничные условия запишем предварительно через электрические компоненты \dot{E}_X и \dot{E}_Y . В соответствии с рис. 2.4 тангенциальные компоненты \dot{E}_X и \dot{E}_Y должны обратиться в нуль в следующих координатах:

$$\dot{E}_Y = 0 \quad \text{при} \quad \begin{cases} x = 0, \\ x = a; \end{cases} \quad \dot{E}_X = 0 \quad \text{при} \quad \begin{cases} y = 0, \\ y = b. \end{cases}$$

Решение уравнения имеет вид

$$\dot{H}_Z = H_Z(x, y) e^{-jhz} = H_Z(x) \cdot H_Z(y) \cdot e^{-jhz} = X \cdot Y \cdot e^{-jhz}.$$

Аналогично случаю E-волны, запишем общее решение для H-волны:

$$\dot{H}_Z = (A \cos g_X x + B \sin g_X x) \cdot (C \cos g_Y y + D \sin g_Y y) \cdot e^{-jhz}. \quad (2.8)$$

Перейдем от граничных условий для компонент \dot{E}_X , \dot{E}_Y к граничным условиям относительно \dot{H}_Z . Используя взаимосвязь продольных и поперечных компонент (1.3), (1.4) с учетом $\dot{E}_Z = 0$, получим

$$\left. \begin{aligned} \dot{H}_X &= -j \frac{h}{g^2} \cdot \frac{\partial \dot{H}_Z}{\partial x}; \\ \dot{E}_Y &= j \frac{\omega \mu}{g^2} \cdot \frac{\partial \dot{H}_Z}{\partial x}; \end{aligned} \right| \quad \left. \begin{aligned} \dot{H}_Y &= -j \frac{h}{g^2} \cdot \frac{\partial \dot{H}_Z}{\partial y}; \\ \dot{E}_X &= -j \frac{\omega \mu}{g^2} \cdot \frac{\partial \dot{H}_Z}{\partial y}. \end{aligned} \right|$$

Перейдем к граничным условиям, выраженным через \dot{H}_Z :

$$\dot{E}_X = 0, \quad \text{то есть} \quad \frac{\partial \dot{H}_Z}{\partial y} = 0, \quad y = 0, \quad y = b;$$

$$\dot{E}_Y = 0, \quad \text{то есть} \quad \frac{\partial \dot{H}_Z}{\partial x} = 0, \quad x = 0, \quad x = a.$$

Вычислим производные от общего решения (2.8) по координатам X и Y и подставим граничные условия:

$x = 0$:

$$\frac{\partial \dot{H}_Z}{\partial x} = (-Ag_X \sin g_X x + Bg_X \cos g_X x) \cdot (C \cos g_Y y + D \sin g_Y y) = 0,$$

откуда $B = 0$;

$y = 0$:

$$\frac{\partial \dot{H}_Z}{\partial y} = (A \cos g_X x + B \sin g_X x) \cdot (-Cg_Y \sin g_Y y + Dg_Y \cos g_Y y) = 0,$$

откуда $D = 0$.

Подставляя в (2.8) $B = 0$, $D = 0$ и используя вторую пару граничных условий, имеем:

$$\underline{x = a}: \quad -Ag_X \sin g_X x = 0, \quad \text{то есть} \quad g_X a = m\pi, \quad \text{или}$$

$$g_X = \frac{m\pi}{a};$$

$$\underline{y = b}: \quad -Cg_Y \sin g_Y y = 0, \quad \text{то есть} \quad g_Y b = n\pi \quad \text{или}$$

$$g_Y = \frac{n\pi}{b}.$$

С учетом найденных коэффициентов $B = 0$, $D = 0$, а также введя обозначение $AC = H_0$, получим окончательное решение волнового уравнения

$$\dot{H}_Z = H_0 \cos(g_X x) \cos(g_Y y) e^{-jhz}. \quad (2.9)$$

Очевидно, что на всех стенках структуры тангенциальная компонента \dot{H}_Z

принимает максимальное значение, что иллюстрирует рис. 2.5.

Поперечные компоненты волны определим из уравнений взаимосвязи (1.3) и (1.4) при $\dot{E}_Z = 0$:

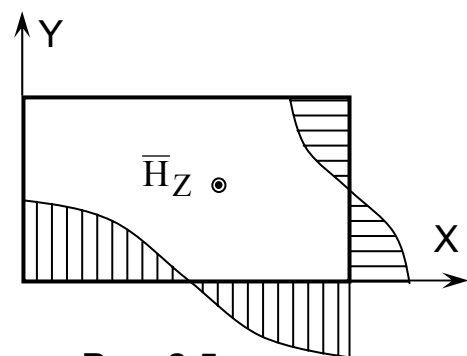


Рис. 2.5

$$\left| \begin{array}{l} \dot{H}_X = -j \frac{h}{g^2} \cdot \frac{\partial \dot{H}_Z}{\partial x}; \\ \dot{E}_Y = j \frac{\omega \mu}{g^2} \cdot \frac{\partial \dot{H}_Z}{\partial x}; \end{array} \right| \left| \begin{array}{l} \dot{H}_Y = -j \frac{h}{g^2} \cdot \frac{\partial \dot{H}_Z}{\partial y}; \\ \dot{E}_X = -j \frac{\omega \mu}{g^2} \cdot \frac{\partial \dot{H}_Z}{\partial y}. \end{array} \right|$$

Подставляя продольную компоненту (2.9) в эти уравнения, имеем такие составляющие волн:

$$\begin{aligned} \dot{H}_X &= jh \frac{g_X}{g^2} H_0 \sin(g_X x) \cdot \cos(g_Y y) \cdot e^{-jhz}; \\ \dot{H}_Y &= jh \frac{g_Y}{g^2} H_0 \cos(g_X x) \cdot \sin(g_Y y) \cdot e^{-jhz}; \\ \dot{E}_X &= j\omega\mu \frac{g_Y}{g^2} H_0 \cos(g_X x) \cdot \sin(g_Y y) \cdot e^{-jhz}; \\ \dot{E}_Y &= -j\omega\mu \frac{g_X}{g^2} H_0 \sin(g_X x) \cdot \cos(g_Y y) \cdot e^{-jhz}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

В данных выражениях введены поперечные волновые числа

$$g^2 = g_X^2 + g_Y^2, \quad g_X = \frac{m\pi}{a}, \quad g_Y = \frac{n\pi}{b}.$$

Взаимосвязь всех волновых чисел такова:

$$k^2 = h^2 + g^2,$$

где h – продольное волновое число; k – волновое число неограниченного пространства.

2.1.3. Особенности волн

1. Волновод – это многоволновая направляющая система с типами волн E_{mn} , H_{mn} , например: H_{01} , H_{10} , H_{11} , H_{12} , H_{21} , ...; E_{11} , E_{12} , E_{21} ,

Типы волн E_{00} , H_{00} , E_{0n} , E_{m0} не существуют, так как при такой комбинации индексов все проекции векторов обращаются в нуль.

Существующие типы волн разделяют на два класса:

- E_{mn} – электрические типы волн (E-волны), или поперечно-магнитные волны (ТМ), у которых отсутствует продольная магнитная компонента $H_Z = 0$;

- H_{mn} – магнитные типы волн (H-волны), или поперечно-электрические волны (TE), у которых $E_Z = 0$.

Следовательно, в электрических волнах E_{mn} обязательно присутствует продольная электрическая компонента $E_Z \neq 0$, а в магнитных волнах H_{mn} обязательно присутствует продольная магнитная компонента $H_Z \neq 0$:

$$E_{mn} \rightarrow \dot{E}_Z \neq 0, \quad \dot{H}_Z = 0; \quad H_{mn} \rightarrow \dot{H}_Z \neq 0, \quad \dot{E}_Z = 0.$$

2. В поперечном сечении волновода поле имеет характер стоячей волны. Числовые индексы в обозначении типа волны (m, n) определяют количество полуволн стоячей волны вдоль соответствующей стенки волновода: m – вдоль широкой стенки (координата X); n – вдоль узкой стенки (координата Y).

На рис. 2.6 показано распределение продольной составляющей \dot{E}_Z для волны типа E_{21} , т.е. при $m = 2, n = 1$.

Для волн типов E_{0n}, E_{m0} нулевой индекс соответствует равномерному распределению поля вдоль соответствующей координаты.

Так как для E-волны $E_Z \neq 0$, то при равномерном распределении поля нарушается граничное условие $E_\tau = 0$. Например, для волн типов E_{10} и E_{01} продольная составляющая поля вдоль соответствующей координаты неизменная (рис. 2.7).

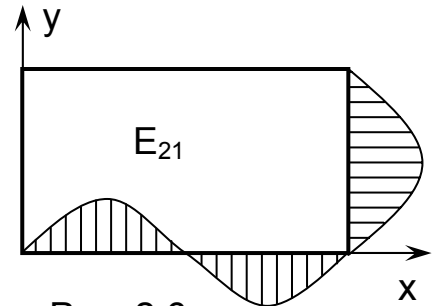


Рис. 2.6

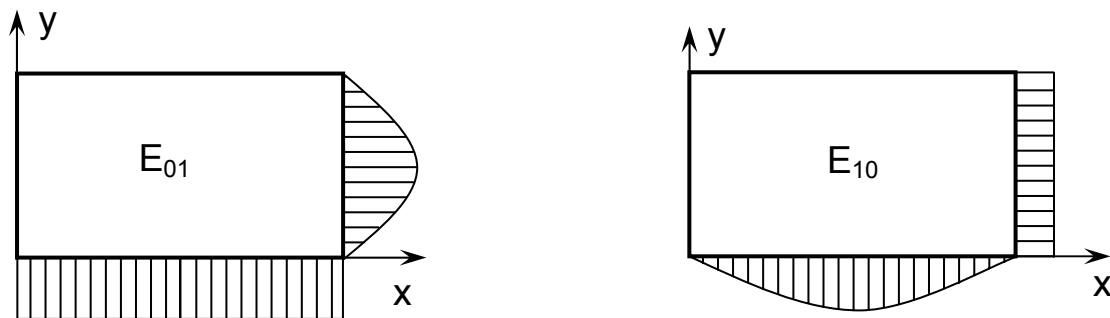


Рис. 2.7

Тогда в координатах $x = 0, y = b/2$ и $x = a, y = b/2$ для волны типа E_{01} нарушается граничное условие $E_Z = E_\tau \neq 0$, а для волны типа E_{10} – на широких стенках волновода. Это подтверждает невозможность существования волн типов E_{0n}, E_{m0} .

3. В продольном сечении волновода волновое число свободного пространства (ТЕМ-волны) раскладывается на продольную и поперечную составляющие (рис. 2.8):

$$k^2 = h^2 + g^2, \quad (2.11)$$

где h – волновое число бегущей волны;
 g – волновое число стоячей волны.

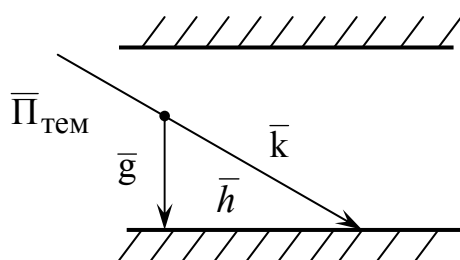


Рис. 2.8

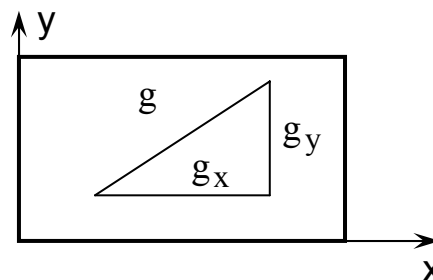


Рис. 2.9

В поперечном сечении волновода поперечное волновое число раскладывается на составляющие вдоль соответствующей поперечной координаты (рис. 2.9):

$$g^2 = g_x^2 + g_y^2. \quad (2.12)$$

Составляющие поперечного волнового числа определяют изменение фазы стоячей волны вдоль соответствующей координаты:

$$\psi_x = g_x x, \quad \psi_y = g_y y.$$

Для симметричного выполнения граничных условий полное изменение фазы вдоль соответствующей стенки должно быть кратно π .

$$m\pi = g_x a, \quad n\pi = g_y b,$$

что соответствует значениям волновых чисел

$$g_x = \frac{m\pi}{a}, \quad g_y = \frac{n\pi}{b}.$$

Волновые числа связаны с соответствующими длинами стоячих волн:

$$g_x = \frac{2\pi}{\lambda_{cx}}, \quad g_y = \frac{2\pi}{\lambda_{cy}},$$

откуда

$$\lambda_{cx} = \frac{2a}{m}, \quad \lambda_{cy} = \frac{2b}{n},$$

т.е.

$$m = \frac{a}{\lambda_{cx}/2}, \quad n = \frac{b}{\lambda_{cy}/2}.$$

Поэтому второй формальный способ определения поперечных волновых чисел следует из их определения:

$$g_x = \frac{2\pi}{\lambda_{cx}}, \quad m = \frac{a}{\lambda_{cx}/2}, \quad \text{т.е.} \quad \frac{l}{\lambda_{cx}} = \frac{m}{2a}.$$

4. По формальному правилу λ_k определяется через критическое значение волнового числа k_k . Критический случай соответствует нулевому значению продольного волнового числа $h = 0$, т.е. из выражения $k^2 = h^2 + g^2$ имеем

$$k_k = g = \sqrt{g_x^2 + g_y^2}.$$

Подставляя k_k в выражение для λ_k , получаем

$$\lambda_k = \frac{2\pi}{k_k} = \frac{2\pi}{\sqrt{g_x^2 + g_y^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}},$$

откуда

$$\lambda_k = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}. \quad (2.13)$$

Каждый тип волны, определяемый индексами m, n , имеет свое значение λ_k .

5. Поскольку волновой режим соответствует действительному значению h , т.е.

$$h = k \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_k}\right)^2},$$

то при заданной длине волны λ (измеряемой в неограниченном пространстве) и заданных размерах волновода распространяются только волны, удовлетворяющие условию $\lambda < \lambda_{k_{mn}}$, причем

$$\lambda_g = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_k}\right)^2}}.$$

По мере уменьшения λ , начиная с низшей волны, могут распространяться волны высших типов.

Основная волна – это низший тип волны с наибольшим значением λ_k .

Определим основную волну для волновода R100 с размером поперечного сечения 10×23 мм:

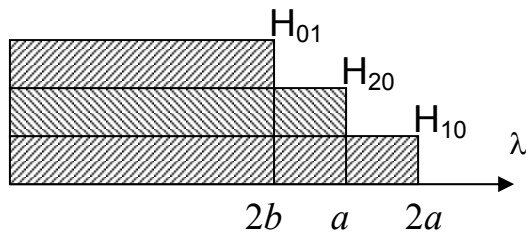
$$H_{10}: \lambda_{k10} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}} = 2a = 46 \text{ мм};$$

$$H_{01}: \lambda_{k01} = 2b = 20 \text{ мм};$$

$$H_{20}: \lambda_{k20} = a = 23 \text{ мм}.$$

Диаграмма типов волн приведена на рис. 2.10, откуда следует, что H_{10} – это низший тип. Основная волна H_{10} имеет простейшую структуру поля.

Вырожденные волны E_{11} и H_{11} , E_{21} и H_{21} имеют одинаковые λ_k .



Размеры волновода определяются из условий существования только основной волны

$$a < \lambda < 2a, \quad \lambda > 2b,$$

тогда его размеры будут

Рис. 2.10

$$\frac{\lambda}{2} < a < \lambda,$$

$$0 < b < \frac{\lambda}{2}.$$

Размер широкой стенки определяет диапазон рабочих длин волн. Теоретически отношение длин волн на краях диапазона составляет 2 единицы, а реальное отношение – 1,6...1,9 единиц.

6. Параметры волны h , λ_B , \mathcal{G}_{zp} , \mathcal{G}_Φ , Z_C соответствуют параметрам дисперсных направляемых волн, рассмотренных выше.

7. Компоненты векторов поля основной волны H_{10} находятся из уравнений (2.10) при $m = 1$, $n = 0$:

$$\dot{H}_z = H_0 \cos(g_x x) e^{-jhz};$$

$$\dot{H}_x = j \frac{h}{g_x} H_0 \sin(g_x x) e^{-jhz}; \quad (2.14)$$

$$\dot{E}_y = -j \frac{\omega\mu}{g_x} H_0 \sin(g_x x) e^{-jhz}.$$

Выразим амплитуды компонент волны через амплитудное значение электрической компоненты. Обозначим амплитудный множитель компоненты при \dot{E}_y как

$$\frac{\omega\mu}{g_x} H_0 = E_0.$$

Тогда амплитудный множитель компоненты \dot{H}_x будет

$$H_{x0} = \frac{h}{g_x} H_0 = \frac{h}{g_x} \cdot \frac{g_x}{\omega\mu} E_0 = \frac{h}{\omega\mu} E_0.$$

Отношение поперечных компонент определяет волновое сопротивление

$$Z_C^H = \frac{E_0}{H_{x0}} = \frac{\omega\mu}{h} = \frac{\omega\mu}{k \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_K}\right)^2}} = \frac{Z_{C0}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_K}\right)^2}},$$

поэтому

$$H_{x0} = \frac{E_0}{Z_C^H}.$$

Амплитудный множитель компоненты \dot{H}_z будет

$$H_{z0} = H_0 = H_{x0} \frac{g_x}{h} = \frac{E_0}{Z_C^H} \cdot \frac{g_x}{h} = \frac{E_0}{Z_C^H} \cdot \frac{\pi}{ah}.$$

Компоненты основной волны, выраженные через E_0 , имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{E}_y &= -jE_0 \sin(g_x x) e^{-jhz}, \\ \dot{H}_x &= j \frac{E_0}{Z_C^H} \sin(g_x x) e^{-jhz}, \\ \dot{H}_z &= \frac{E_0}{Z_C^H} \cdot \frac{\pi}{ah} \cos(g_x x) e^{-jhz}, \end{aligned} \quad (2.15)$$

а в стандартной форме записи –

$$\begin{aligned} \dot{\vec{E}} &= -j\bar{Y}_0 E_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) e^{-jhz}, \\ \dot{\vec{H}} &= \frac{E_0}{Z_C^H} \left[j\bar{X}_0 \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) + \bar{Z}_0 \frac{\pi}{ah} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \right] e^{-jhz}. \end{aligned} \quad (2.16)$$

2.1.4. Структура поля основной волны

Графическое представление изменений компонент волны изображено на рис. 2.11. Вдоль координаты Y компоненты поля не изменяются, так как $n = 0$.

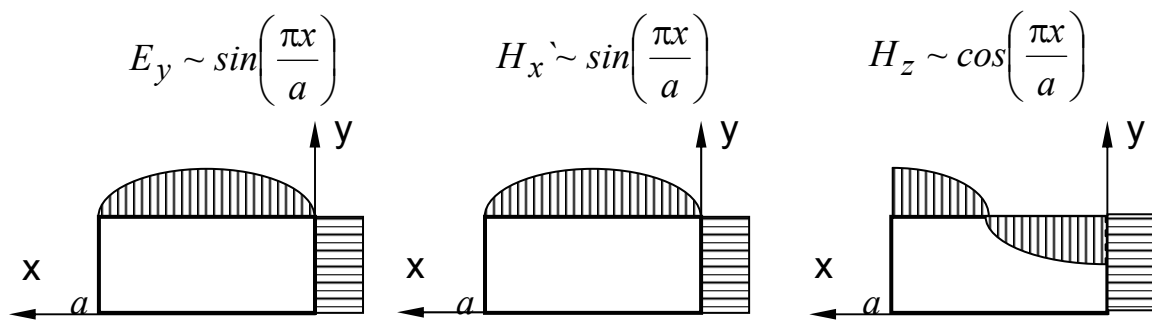


Рис. 2.11

Изменения компонент поля (2.15) вдоль продольной координаты Z

$$E_y \sim \sin(hz), \quad H_x \sim \sin(hz), \quad H_z \sim \cos(hz)$$

приведены на рис. 2.12.

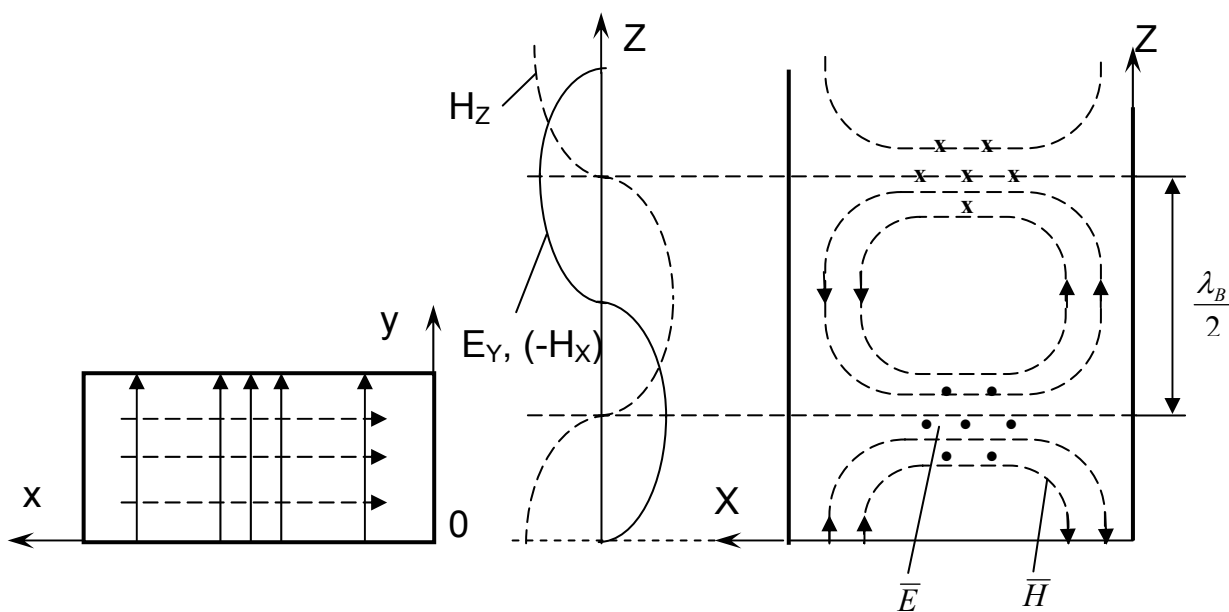


Рис. 2.12

Структуру поля (см. рис. 2.12) строят, используя графические представления компонент волны вдоль соответствующих координат.

Сплошные линии соответствуют линиям вектора \vec{E} , а пунктирные – вектора \vec{H} .

Структура поля основной волны имеет такие особенности:

1. Линии вектора \vec{E} лежат в плоскости XOY поперечного сечения, так как эта волна является поперечно-электрической (ТЕ-волна), а линии вектора \vec{H} – в плоскости XOZ продольного сечения.

2. Электрическая компонента \bar{E} максимальна в середине широкой стенки $x = a/2$. Вдоль координаты Y поле постоянно.

3. Вдоль координаты Z максимумы \bar{E} смещены на $\lambda_B/4$ относительно центра семейства магнитных линий.

4. Структура поля и параметры волны не зависят от размера узкой стенки.

5. По внутренней поверхности волновода протекают поверхностные токи плотностью

$$\bar{j}_S = [\bar{n}_0 \times \bar{H}],$$

где \bar{n}_0 – внутренняя единичная нормаль (рис. 2.13).

Линии тока ортогональны линиям \bar{H} и показаны на рис. 2.14.

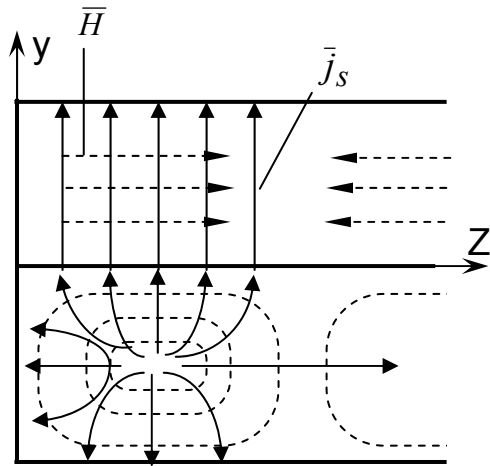


Рис. 2.14

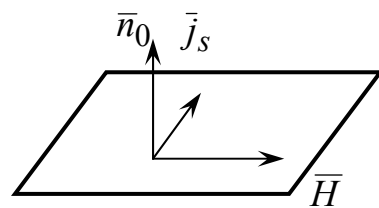


Рис. 2.13

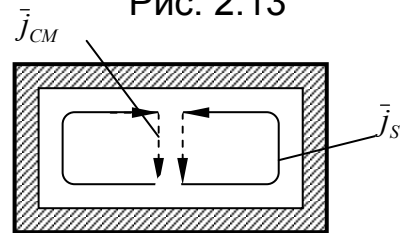


Рис. 2.15

Линии тока, протекающего по внутренней поверхности волновода, имеют следующие особенности:

- линии тока пересекают ребра волновода;
- в середине широкой стенки $x = a/2$ линии тока замыкаются по нормали к широкой стенке, переходя в ток смещения (рис. 2.15)

$$\bar{j}_{CM} = \frac{\partial \bar{D}}{\partial t};$$

– если щели в стенках волновода не нарушают линий поверхностного тока, то такие щели – неизлучающие: продольная щель в середине широкой стенки; поперечная щель в узкой стенке (рис. 2.16).

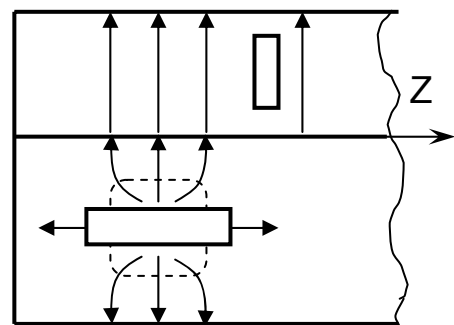


Рис. 2.16

Поля высших типов волн строят, исходя из простейших типов. Базовыми

структурами служат поля E_{11}, H_{11} (рис. 2.17). Сложные структуры E_{mn}, H_{mn} получают путем повторения структуры поля вдоль соответствующей координаты.

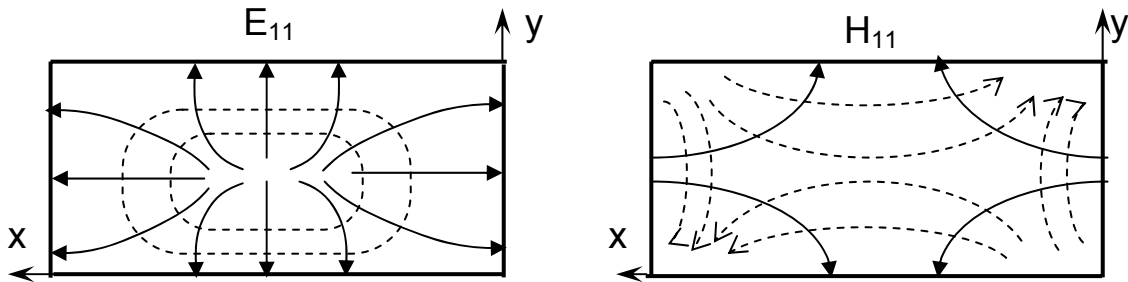


Рис. 2.17

2.2. Энергетические характеристики волновода

2.2.1. Вектор Пойнтинга в энергетических задачах

Задачи анализа, передачи и поглощения мощности решают с использованием соответствующих составляющих вектора Пойнтинга.

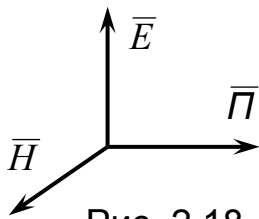


Рис. 2.18

Определим различные формы представления вектора.

1. Мгновенный действительный вектор

$$\bar{P}(t) = \bar{E}(t) \times \bar{H}(t)$$

определяет направление передачи мощности (рис. 2.18). Его модуль численно равен поверхностной плотности мощности, $Вт/м^2$, или энергии электромагнитной волны, переносимой через единичную поверхность за единицу времени, $Дж/(с \cdot м^2)$.

2. Комплексная форма мгновенного действительного вектора Пойнтинга вытекает из представления действительной гармонической функции в виде комбинации двух комплексно-сопряженных функций:

$$\bar{E}(t) = \frac{\bar{E}_0 e^{j(\omega t - kz)} + \bar{E}_0^* e^{-j(\omega t - kz)}}{2} = \bar{E}_0 \cos(\omega t - kz).$$

Это соотношение можно записать в сокращенной форме, используя мгновенный комплексный вектор $\dot{\bar{E}}$:

$$\bar{E}(t) = \frac{\dot{\bar{E}} + \dot{\bar{E}}^*}{2}, \quad \text{аналогично} \quad \bar{H}(t) = \frac{\dot{\bar{H}} + \dot{\bar{H}}^*}{2},$$

где $\dot{\vec{E}} = \dot{\vec{E}}_m e^{j\omega t}$ – мгновенный комплексный вектор;

$\dot{\vec{E}}_m = \dot{\vec{E}}_0 e^{-jkz}$ – комплексная амплитуда.

Тогда действительный вектор Пойнтинга примет такой вид:

$$\begin{aligned}\bar{\Pi}(t) &= \vec{E}(t) \times \vec{H}(t) = \frac{1}{4} \left[(\dot{\vec{E}} + \dot{\vec{E}}^*) \times (\dot{\vec{H}} + \dot{\vec{H}}^*) \right] = \\ &= \frac{1}{4} \left[\dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{H}} + \dot{\vec{E}}^* \times \dot{\vec{H}} + \dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{H}}^* + \dot{\vec{E}}^* \times \dot{\vec{H}}^* \right],\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}\frac{1}{4} \left[\dot{\vec{E}}^* \times \dot{\vec{H}} + \dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{H}}^* \right] &= \frac{1}{4} \left[\dot{\vec{E}}^* \times \dot{\vec{H}} + (\dot{\vec{E}}^* \times \dot{\vec{H}})^* \right] = \\ &= \left| (a + jb) + (a + jb)^* = a + jb + a - jb = 2a \right| = \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\dot{\vec{E}}^* \times \dot{\vec{H}} \right] = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\dot{\vec{E}}_m^* \times \dot{\vec{H}}_m \right]\end{aligned}$$

– слагаемые, не зависящие от времени;

$$\frac{1}{4} \left[\dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{H}} + \dot{\vec{E}}^* \times \dot{\vec{H}}^* \right] = \frac{1}{4} \left[(\dot{\vec{E}}_m \times \dot{\vec{H}}_m) e^{2j\omega t} + (\dot{\vec{E}}_m^* \times \dot{\vec{H}}_m^*) e^{-2j\omega t} \right]$$

– слагаемые, зависящие от времени.

С учетом представления этих слагаемых получим вектор $\bar{\Pi}(t)$, выраженный через комплексные амплитуды поля:

$$\bar{\Pi}(t) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\dot{\vec{E}}_m^* \times \dot{\vec{H}}_m \right] + \frac{1}{4} \left[(\dot{\vec{E}}_m \times \dot{\vec{H}}_m) e^{2j\omega t} + (\dot{\vec{E}}_m^* \times \dot{\vec{H}}_m^*) e^{-2j\omega t} \right]. \quad (2.17)$$

3. Вектор, не зависящий от времени (среднее значение вектора), можно найти в результате усреднения (2.17) по периоду его изменения:

$$\bar{\Pi}_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T \bar{\Pi}(t) dt.$$

Поскольку $\int_0^T e^{2j\omega t} dt = 0$, то в результате усреднения получим

$$\bar{\Pi}_{cp} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[\dot{\vec{E}}_m^* \times \dot{\vec{H}}_m \right], \quad (2.18)$$

где $\bar{\Pi}_{cp}$ – усредненная за период поверхностная плотность мощности, которая не зависит от времени.

Для ортогональных векторов $\dot{\vec{E}}$ и $\dot{\vec{H}}$ запишем модуль вектора:

$$P_{cp} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [\dot{E}_m \cdot \dot{H}_m^*].$$

Так как $\dot{E}_m = Z_c \dot{H}_m$, то

$$P_{cp} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [Z_c |\dot{H}_m|^2]. \quad (2.19)$$

2.2.2. Мощность, передаваемая по волноводу

Мощность, передаваемая по волноводу, определяется потоком среднего значения вектора $\bar{\Pi}_{cp}$ через поперечное сечение волновода (рис. 2.19):

$$P = \int_S \bar{\Pi}_{cp} d\bar{S} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_S [\dot{\mathbf{E}} \times \dot{\mathbf{H}}^*] \cdot \bar{z}_0 dS,$$

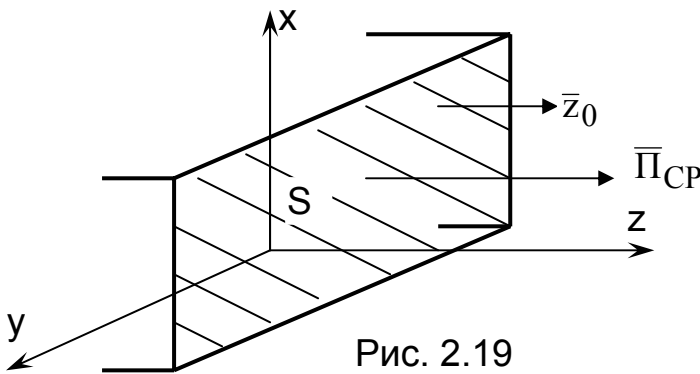


Рис. 2.19

где S – площадь поперечного сечения волновода; \bar{z}_0 – единичная нормаль к плоскости поперечного сечения.

Выразим общую формулу мощности через поперечные составляющие волны:

$$\dot{\mathbf{E}} = \dot{E}_x \bar{X}_0 + \dot{E}_y \bar{Y}_0 + \dot{E}_z \bar{Z}_0 = \dot{\mathbf{E}}_{\perp} + \dot{E}_z \bar{Z}_0, \quad \dot{\mathbf{H}} = \dot{\mathbf{H}}_{\perp} + \dot{H}_z \bar{Z}_0,$$

где $\dot{\mathbf{E}}_{\perp}, \dot{\mathbf{H}}_{\perp}$ – составляющие векторов волны, лежащие в плоскости поперечного сечения.

Используя выражение для комплексной амплитуды вектора Пойнтинга $\dot{\mathbf{\Pi}} = \dot{\mathbf{E}} \times \dot{\mathbf{H}}^*$, выделяя проекцию вектора Пойнтинга на продольную координату волновода (продольная составляющая вектора) $\dot{\Pi}_{\tau} = \dot{\mathbf{\Pi}} \cdot \bar{z}_0$, получаем

$$\dot{\Pi}_{\tau} = (\dot{\mathbf{E}}_{\perp} + \bar{z}_0 \dot{E}_z) \times (\dot{\mathbf{H}}_{\perp} + \bar{z}_0 \dot{H}_z)^* \cdot \bar{z}_0 = [\dot{\mathbf{E}}_{\perp} \times \dot{\mathbf{H}}_{\perp}^*] \cdot \bar{z}_0.$$

Здесь учтено, что смешанное произведение с двумя совпадающими векторами равно нулю, т.е. $\bar{z}_0 \times \dot{\mathbf{H}}_{\perp} \cdot \bar{z}_0 = 0$.

Подставим $\dot{\mathbf{E}}_{\perp} = Z_c [\dot{\mathbf{H}}_{\perp} \times \bar{z}_0]$, тогда

$$\dot{\Pi}_{\tau} = Z_c [\dot{\mathbf{H}}_{\perp} \times \bar{z}_0] \times \dot{\mathbf{H}}_{\perp}^* \cdot \bar{z}_0.$$

Применив формулу двойного векторного произведения $\bar{a} \times \bar{b} \times \bar{c} = \bar{b}(\bar{a} \cdot \bar{c}) - \bar{c}(\bar{a} \cdot \bar{b})$, получим

$$\dot{\vec{H}}_{\perp} \times \vec{z}_0 \times \dot{\vec{H}}_{\perp}^* = \vec{z}_0 (\dot{\vec{H}}_{\perp} \cdot \dot{\vec{H}}_{\perp}^*) - \dot{\vec{H}}_{\perp}^* (\dot{\vec{H}}_{\perp} \cdot \vec{z}_0) = \vec{z}_0 |\dot{\vec{H}}_{\perp}|^2.$$

Второе слагаемое равно нулю, как скалярное произведение ортогональных векторов, т.е. $\dot{\vec{H}}_{\perp}^* (\dot{\vec{H}}_{\perp} \cdot \vec{z}_0) = 0$ (в соответствии с рис. 2.19). Тогда мощность, передаваемая по волноводу, определяется как

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_S Z_c |\dot{\vec{H}}_{\perp}|^2 dS. \quad (2.20)$$

При действительном Z_c (волновой процесс) знак Re опускается:

$$P = \frac{1}{2} Z_C^{EH} \int_S H_{\perp}^2 dS = \frac{1}{2} \frac{1}{Z_C^{EH}} \int_S E_{\perp}^2 dS, \quad (2.21)$$

где $H_{\perp}^2 = H_x^2 + H_y^2$ – составляющая вектора в поперечном сечении волновода;

Z_c^E (или Z_c^H) – волновое сопротивление в зависимости от типа волны;

S – площадь поперечного сечения волновода.

Аналогично можно получить выражение для передаваемой мощности P через продольные компоненты волны E_z, H_z [9, с. 256].

2.2.3. Потери мощности в волноводе

Потери мощности в волноводе в основном определяются конечной проводимостью стенок. При протекании поверхностных токов часть передаваемой мощности рассеивается в виде тепла (джоулевы потери). Введем параметры, которыми описывается процесс энергетического обмена между электромагнитным полем и стенками волновода.

1. В идеальном металле протекает поверхностный ток \vec{j}_s (рис. 2.20), определяемый магнитной компонентой поля:

$$\vec{n}_0 \times \vec{H}_1 = \vec{j}_s, \quad (2.22)$$

где $j_s = \frac{dI_s}{dl}$ – линейная плотность тока, а I_s – поверхностный ток.

2. На поверхности реального проводника появляется небольшая тангенциальная составляющая, которая определяется граничным условием Леонтовича

$$\dot{\vec{E}}_{\tau} = Z_c \dot{\vec{H}}_{\tau}, \quad \text{или} \quad \dot{\vec{E}} = Z_c [\vec{n}_0 \times \dot{\vec{H}}]. \quad (2.23)$$

3. Нормальная составляющая вектора Пойнтинга $\bar{\Pi}_{\perp}$ определяет поток энергии, направленной внутрь стенок волновода (рис. 2.21):

$$\bar{\Pi}_{\perp} = \bar{E}_{\tau} \times \bar{H}_{\tau}.$$

4. Характеристики реального металла – диэлектрическая проницаемость $\dot{\varepsilon}$, волновое число \dot{k} , волновое сопротивление Z_c – имеют комплексный характер. Комплексная диэлектрическая проницаемость в среде с потерями вводится в соответствии с уравнением Максвелла

$$\text{rot} \dot{\bar{H}} = j\omega\varepsilon\dot{\bar{E}} + \sigma\dot{\bar{E}} = \dot{\bar{E}}(j\omega\varepsilon + \sigma) = j\omega\dot{\varepsilon}\dot{\bar{E}},$$

где
$$\dot{\varepsilon} = \varepsilon - j\frac{\sigma}{\omega} = \varepsilon(1 - jtg\Delta), \quad (2.24)$$

а тангенс угла диэлектрических потерь

$$tg\Delta = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon}. \quad (2.25)$$

Тогда волновое число

$$\dot{k} = \omega\sqrt{\dot{\varepsilon}\mu} = \beta - j\alpha. \quad (2.26)$$

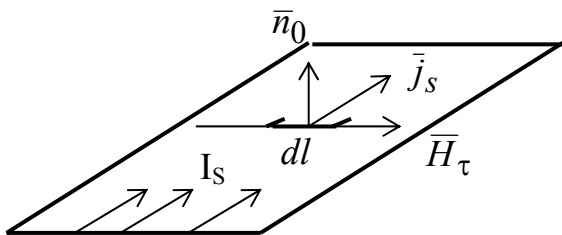


Рис. 2.20

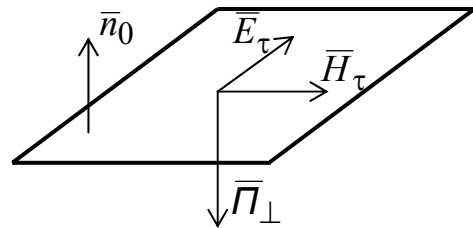


Рис. 2.21

В среде с потерями коэффициенты затухания и фазы таковы:

$$\alpha = \frac{k_0}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\sqrt{1 + tg^2\Delta} - 1}; \quad \beta = \frac{k_0}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\sqrt{1 + tg^2\Delta} + 1},$$

где $k_0 = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$.

В хорошо проводящей среде при $tg\Delta \gg 1$ эти коэффициенты совпадают:

$$\alpha = \beta = \frac{k_0}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{tg\Delta} = \frac{\omega\sqrt{\varepsilon\mu}}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}} = \sqrt{\frac{\omega\sigma\mu}{2}}. \quad (2.27)$$

Волновое сопротивление такой среды с учетом комплексного характера диэлектрической проницаемости

$$Z_c = \sqrt{\frac{\mu}{\dot{\varepsilon}}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon(1 - jtg\Delta)}} = \sqrt{\frac{\mu}{-ejtg\Delta}} = \sqrt{j} \sqrt{\frac{\mu\omega\varepsilon}{\varepsilon\sigma}} = \frac{1 + j}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{\mu\omega}{\sigma}},$$

или
$$Z_c = (1 + j) \frac{\alpha}{\sigma} \quad (2.28)$$

5. Внутри металла существует быстро затухающее поле

$$\dot{E}(z) = E_\tau e^{-jkz} = E_\tau e^{-j(\beta - j\alpha)z} = E_\tau e^{-\alpha z} e^{-j\beta z},$$

где тангенциальная составляющая на поверхности $E_\tau = E(0)$.

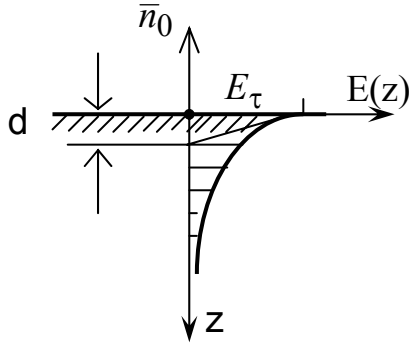


Рис. 2.22

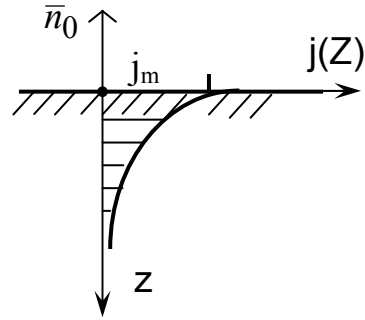


Рис. 2.23

Введем параметр глубины проникновения поля d . Примем, что на глубине от поверхности $z = d$ поле уменьшается в e раз (рис. 2.22):

$$E(d) = E_\tau e^{-\alpha d} = E_\tau e^{-1}; \quad \frac{E_\tau}{E(d)} = e,$$

т.е. $\alpha d = 1$.

Глубина d определяется следующей формулой:

$$d = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\omega \sigma \mu}} \quad (2.29)$$

Тогда волновое сопротивление (2.28) примет такой вид:

$$Z_c = (1 + j) \frac{1}{\sigma d} \quad (2.30)$$

6. Внутри металла протекает объемный ток $j(z)$ (рис. 2.23), который распределен по нормали к поверхности в соответствии с законом изменения электрической компоненты поля

$$\bar{j}(z) = \sigma \dot{E}(z) = \sigma \bar{E}_\tau e^{-\alpha(1+j)z}, \quad (2.31)$$

причем на поверхности $\bar{j}_m = \sigma \bar{E}_\tau$.

7. Ток, который протекает в поверхностном слое толщиной d и распределен в нем равномерно (рис. 2.24), называется эквивалентной плотностью тока. Для получения этого тока проинтегрируем объемный ток (2.31) по всей глубине:

$$\dot{j}_z = \int_0^{\infty} \dot{j}_m e^{-\alpha(1+i)z} dz = \dot{j}_m \frac{1}{\alpha(1+i)}; \quad \dot{j}_z = \frac{\sigma \dot{E}_\tau}{\alpha(1+i)} = \dot{E}_\tau \frac{\sigma d}{1+i}. \quad (2.32)$$

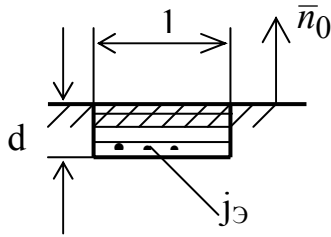


Рис. 2.24

Поскольку в приповерхностном слое $\dot{E}_\tau = \dot{j}_z Z_\vartheta$, то эквивалентное сопротивление

$$Z_\vartheta = \frac{1+i}{\sigma d}. \quad (2.33)$$

8. Поверхностный ток – это ток, который протекает в бесконечно тонком слое (по поверхности). Для поверхностного тока можно за-

писать

$$\dot{E}_\tau = Z_S \dot{j}_S, \quad (2.34)$$

где Z_S – поверхностное сопротивление,

\dot{j}_S – плотность поверхностного тока.

9. Комплексная амплитуда нормальной составляющей вектора Пойнтинга направлена внутрь стенок волновода (см. рис. 2.21):

$$\dot{\Pi}_\perp = \frac{1}{2} [\dot{E}_\tau \times \dot{H}_\tau^*] = -\frac{1}{2} [\dot{E}_\tau \cdot \dot{H}_\tau^*] \cdot \bar{n}_0.$$

Поскольку $\dot{E}_\tau = Z_S \dot{H}_\tau$, то

$$\dot{\Pi}_\perp = -\frac{1}{2} Z_S |\dot{H}_\tau|^2 \cdot \bar{n}_0. \quad (2.35)$$

Комплексная мощность потерь определяется как поток нормальной составляющей вектора Пойнтинга через поверхность волновода:

$$\dot{P} = \frac{1}{2} Z_S \int_S \dot{H}_\tau^2 dS. \quad (2.36)$$

Средняя мощность потерь, которая определяет реальные потери, вычисляется в соответствии со следующим выражением:

$$P_{cp} = \text{Re} \dot{P} = \frac{1}{2} R_S \int_S \dot{H}_\tau^2 dS, \quad (2.37)$$

где R_S – действительная часть поверхностного сопротивления, $R_S = 1/\sigma d$.

2.2.4. Затухание волн прямоугольного волновода

Мощность потерь определяется действительной частью потока нормальной составляющей комплексного вектора Пойнтинга через поверхность волновода:

$$P_{cp} = \operatorname{Re} \int_S \dot{\vec{\Pi}}_{\perp} d\vec{S} = \operatorname{Re} \frac{1}{2} \int_S \left[\dot{\vec{E}}_{\tau} \times \dot{\vec{H}}_{\tau}^* \right] \cdot d\vec{S}, \quad P_{cp} = \frac{1}{2} R_S \int_S H_{\tau}^2 dS.$$

Определим потери мощности на элементе длины волновода Δz , т.е. погонную мощность потерь (рис. 2.25):

$$\Delta P_{cp} = \frac{1}{2} R_S \int_S H_{\tau}^2 dS = \frac{1}{2} R_S \cdot \int_0^{\Delta z} \int_L H_{\tau}^2 dl dz;$$

$$\Delta P_{cp} = \frac{1}{2} R_S \cdot \Delta z \oint_L H_{\tau}^2 dl,$$

где \oint_L – интеграл по периметру поперечного сечения волновода.

Потери на единицу длины волновода

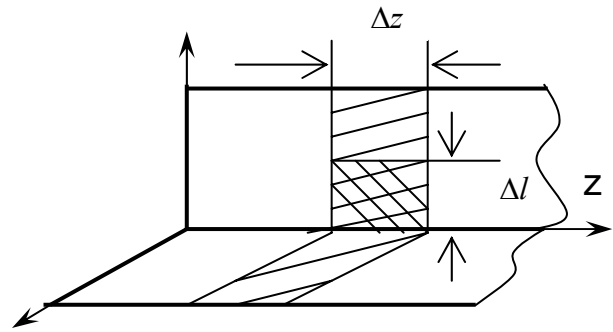


Рис. 2.25

$$P_{cp1} = \frac{\Delta P_{cp}}{\Delta z} = \frac{R_S}{2} \oint_L H_{\tau}^2 dl. \quad (2.38)$$

Найдем взаимосвязь коэффициента затухания α и P_{cp1} :

$$\alpha = f(P_{cp1}).$$

Направляемая затухающая волна имеет такой вид:

$$\dot{\vec{E}} = \dot{\vec{E}}_0(x, y) e^{-\alpha z} \cdot e^{-j\beta z}; \quad \dot{\vec{H}} = \dot{\vec{H}}_0(x, y) e^{-\alpha z} \cdot e^{-j\beta z}.$$

Средняя мощность, передаваемая по волноводу,

$$P_{cp} = \int_S \bar{\Pi}_{cp} d\vec{S} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_S \left[\dot{\vec{E}} \times \dot{\vec{H}}^* \right] \cdot \vec{z}_0 dS = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \cdot e^{-2\alpha z} \int_S \left[\dot{\vec{E}}_0 \times \dot{\vec{H}}_0^* \right] \cdot \vec{z}_0 dS,$$

где \vec{z}_0 – вектор единичной нормали, направленный внутрь стенок.

Обозначим $P_0 = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_S \left[\dot{\vec{E}}_0 \times \dot{\vec{H}}_0^* \right] \cdot \vec{z}_0 dS$ – мощность в сечении

$z = 0$. Вдоль оси волновода мощность уменьшается по закону

$$P_{cp} = P_0 e^{-2\alpha z},$$

а изменение средней мощности

$$\frac{dP_{cp}}{dz} = (-2\alpha) \cdot P_0 e^{-2\alpha z} = (-2\alpha) \cdot P_{cp}.$$

Отсюда коэффициент затухания, *неп/м*,

$$\alpha = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\frac{dP_{cp}}{dz}}{P_{cp}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_{cp1}}{P_{cp}},$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_{cp1}}{P_{cp}}, \quad (2.39)$$

где P_{cp} – средняя мощность, передаваемая по волноводу;

$P_{cp1} = P_{\Pi_1}$ – средняя мощность потерь на единицу длины.

Это выражение представляет собой энергетическое определение коэффициента затухания.

Так как

$$P_{cp}(z) = P_0 e^{-2\alpha z},$$

то после логарифмирования получим

$$(-2\alpha z) = \ln \frac{P_{cp}(z)}{P_0},$$

а окончательное выражение для коэффициента затухания, *неп/м*, в логарифмическом масштабе имеет следующий вид:

$$\alpha = \frac{1}{z} \cdot \left[\frac{1}{2} \ln \frac{P_0}{P_{cp}(z)} \right]. \quad (2.40)$$

Единицы измерения коэффициента затухания в масштабе десятичных логарифмов:

$$L_B = \lg \frac{P_2}{P_1} [\text{Б}], \quad L_{ДБ} = 10 \lg \frac{P_2}{P_1} [\text{дБ}].$$

Для перехода к неперам выполним следующее преобразование:

$$\alpha = 10 \lg \frac{P_2}{P_1} = 10 \lg e^{2\alpha z} = 20 \cdot (\alpha z) \lg e = 20 \cdot 0,434(\alpha z) = 8,68(\alpha z),$$

где α имеет размерность *неп/м*.

Из этого соотношения вытекает взаимосвязь непера и децибела: $1 \text{ неп} = 8,68 \text{ дБ}$.

Взаимосвязь линейного и десятичного логарифмического масштаба представлена в табл. 2.1.

Таблица 2.1

| | | | | | |
|---------|---|---|---|----|-----|
| L [дБ] | 3 | 6 | 9 | 10 | 20 |
| N [раз] | 2 | 4 | 8 | 10 | 100 |

Получим выражение для коэффициента затухания, выраженное через компоненты волны, исходя из энергетического определения затухания

$$\alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_{cp1}}{P_{cp}}$$

Подставим в эту формулу выражения для мощностей

$$P_{cp1} = P_{\Pi_1} = \frac{R_S}{2} \int_L H_{\tau}^2 dl, \quad P_{cp} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_S (\dot{E}_0 \times \dot{H}_0^*) d\bar{S},$$

тогда

$$\alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{R_S \int_L H_{\tau}^2 dl}{\operatorname{Re} \int_S [\dot{E}_0 \times \dot{H}_0^*] \cdot \vec{z}_0 dS}, \quad (2.41)$$

что соответствует электродинамическому определению коэффициента затухания.

Для уменьшения затухания применяют материалы с большими значениями удельной проводимости σ : медь, латунь (90%Cu). Слой окисла увеличивает затухание, поэтому используют защитное покрытие: лак, Au, Ag.

Шероховатость поверхности увеличивает путь тока и, как следствие, затухание. В сантиметровом диапазоне волн глубина проникновения составляет $d = 0,1$ мкм, поэтому чистота поверхности соответствует 8 - 10 классам.

2.2.5. Коэффициент затухания основной волны

Исходным выражением для анализа является энергетическое определение коэффициента затухания

$$\alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_{\Pi_1}}{P_{cp}}. \quad (2.42)$$

Сначала вычислим среднюю мощность, передаваемую по волноводу, через электрическую компоненту волны:

$$P_{cp} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{Z_C^H} \int_S E_{\perp}^2 dS. \quad (2.42a)$$

Выпишем все компоненты основной волны H_{10} прямоугольного волновода и укажем их на рис. 2.26:

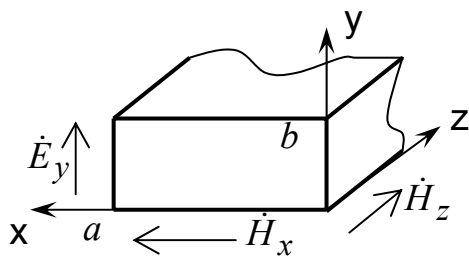


Рис. 2.26

$$\left[\begin{array}{l} \dot{H}_z = H_0 \cos(g_x x); \\ \dot{H}_x = jhH_0 \frac{g_x}{g^2} \sin(g_x x); \\ \dot{E}_y = -jH_0(\omega\mu) \frac{g_x}{g^2} \sin(g_x x). \end{array} \right.$$

Электрическая компонента, которая лежит в плоскости поперечного сечения волновода,

$$E_{\perp} = E_y = E_{y_0} \sin(g_x x),$$

где введено обозначение для амплитудного значения

$$E_{y_0} = H_0 \omega \mu \frac{g_x}{g^2} = \omega \mu \frac{1}{g_x} \cdot H_0, \quad (2.43)$$

а поперечное волновое число $g^2 = g_x^2 + g_y^2 = g_x^2$, так как $g_y = 0$ при $n = 0$.

Кроме того,

$$g_x = \frac{m\pi}{a} = \frac{\pi}{a}.$$

После выполнения соответствующих подстановок

$$\left(k = \frac{\omega}{v}, \text{ или } \omega = kv = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \right)$$

запишем формулу для амплитуды

$$E_{y_0} = H_0 \frac{\omega\mu}{g_x} = H_0 \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \cdot \frac{\mu a}{\pi} = 2 \frac{a}{\lambda} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} H_0 = 2Z_{c0} \frac{a}{\lambda} H_0, \quad (2.44)$$

где Z_{c0} – волновое сопротивление среды в неограниченном пространстве.

Вычислим интеграл для расчета средней мощности (2.42а)

$$\int_S E_{\perp}^2 dS = E_{y_0}^2 \int_0^b \int_0^a \sin^2 \frac{\pi x}{a} dx dy = \left| \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \right| = \frac{E_{y_0}^2}{2} ab,$$

тогда средняя мощность, передаваемая по волноводу,

$$P_{cp} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{Z_C^H} \cdot \frac{E_{y_0}^2}{2} ab = \frac{1}{4} \cdot ab \cdot \frac{E_{y_0}^2}{Z_C^H}. \quad (2.45)$$

Подставляя волновое сопротивление для Н-волны

$$Z_C^H = \frac{Z_{C_0}}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_K}\right)^2}}$$

и амплитудное значение E_{y0} (2.44), получаем

$$P_{cp} = H_0^2 \frac{1}{4} \cdot ab \cdot \frac{4Z_{C_0}^2}{Z_C^H} \left(\frac{a}{\lambda}\right)^2 = H_0^2 \frac{a^3 b}{\lambda^2} \cdot Z_{C_0} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_K}\right)^2}. \quad (2.46)$$

Далее рассчитаем потери мощности на единицу длины волновода

$$P_{\Pi_1} = \frac{R_S}{2} \oint_L H_\tau^2 dl. \quad (2.47)$$

При вычислении интеграла по периметру поперечного сечения волновода L на каждой плоскости нужно выбирать составляющие вектора H , параллельные (тангенциальные) данной плоскости (см. рис. 2.26). Для боковых поверхностей (плоскость xOy), которые соответствуют координатам $x=0$, $x=a$, тангенциальная компонента $H_\tau^2 = H_z^2$, а на основаниях (плоскость xOz) с координатами $y=0$, $y=b$ –

$$H_\tau^2 = H_x^2 + H_z^2.$$

Вычислим интеграл по контуру поперечного сечения

$$\begin{aligned} \oint_L H_\tau^2 dl &= 2 \left[\int_0^b H_z^2 dy \Big|_{x=0} + \int_0^a (H_x^2 + H_z^2) dx \right] = \\ &= 2H_0^2 \left[\int_0^b \cos^2 \frac{\pi x}{a} dy \Big|_{x=0} + \int_0^a \left[\cos^2 \left(\frac{\pi x}{a} \right) + \frac{h^2}{g_x^2} \sin^2 \left(\frac{\pi x}{a} \right) \right] dx \right] = \\ &= 2H_0^2 \left[b + \frac{a}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{h^2}{g_x^2} \cdot a \right]. \end{aligned}$$

Выразим отношение h^2/g_x^2 через длину волны, используя выражение для продольного волнового числа

$$h = \frac{2\pi}{\lambda_b} = 2\pi \frac{\sqrt{1 - \frac{\lambda}{\lambda_k}}}{\lambda},$$

а также значение критической длины волны $\lambda_k = 2a$:

$$\frac{h}{g_x} = \frac{2\pi}{\lambda_g} \cdot \frac{a}{\pi} = \frac{2a\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{\lambda_K}\right)^2}}{\lambda} = \left(\frac{\lambda_K}{\lambda}\right)\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{\lambda_K}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\lambda_K}{\lambda}\right)^2 - 1}.$$

Окончательно значение интеграла примет вид

$$\oint_L H_\tau^2 dl = 2H_0^2 \left[b + \frac{a}{2} + \frac{a}{2} \cdot \left[\left(\frac{2a}{\lambda}\right)^2 - 1 \right] \right] = 2H_0^2 \left(b + \frac{2a^3}{\lambda^2} \right),$$

а искомая мощность (2.47) будет

$$P_{\Pi_1} = H_0^2 \left(b + \frac{2a^3}{\lambda^2} \right) \cdot R_S. \quad (2.48)$$

Теперь найдем коэффициент затухания (2.42) с учетом вычисленных интегралов (2.46) и (2.48):

$$\alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{R_S H_0^2 \left(b + \frac{2a^3}{\lambda^2} \right)}{H_0^2 \frac{a^3 b}{\lambda^2} \cdot Z_{c0} \sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{\lambda_K}\right)^2}} = \frac{1}{2} \cdot R_S \cdot \frac{\frac{2a^3}{\lambda^2} \left(\frac{b\lambda^2}{2a^3} + 1 \right)}{\frac{a^3 b}{\lambda^2} Z_{c0} \sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{\lambda_K}\right)^2}}.$$

После сокращений коэффициент затухания основной волны окончательно принимает вид

$$\alpha = \frac{R_S}{Z_{c0}} \cdot \frac{\left[1 + \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2 \left(\frac{2b}{a}\right) \right]}{b \sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}, \quad (2.49)$$

где $Z_{c0} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$ – волновое сопротивление неограниченной среды;

$R_S = \frac{1}{\sigma d}$ – поверхностное сопротивление стенок волновода.

Частотная зависимость коэффициента затухания основной волны для разных соотношений поперечного сечения приведена на рис. 2.27. На рис. 2.28 показаны изменения коэффициентов затухания основной волны и волны типа E_{11} .

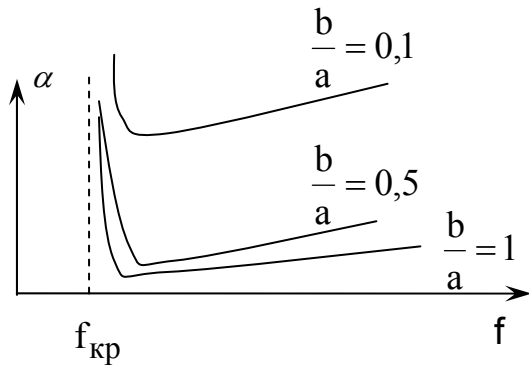


Рис. 2.27

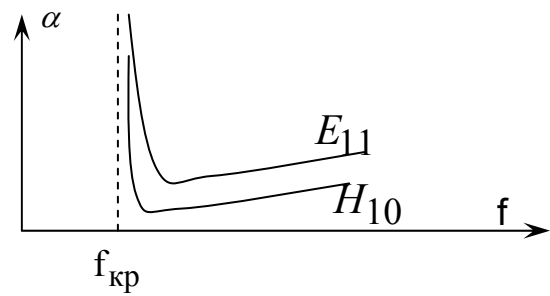


Рис. 2.28

На основании приведенных зависимостей можно сделать следующие выводы:

1. При уменьшении частоты (увеличении длины волны) в окрестности критического значения коэффициент затухания резко возрастает и в пределе стремится к бесконечности.

2. При увеличении частоты наблюдается медленный рост коэффициента затухания, что связано с увеличением поверхностного сопротивления

$$R_S = \frac{1}{\sigma d} = \frac{1}{\sigma \sqrt{\frac{2}{\omega \sigma \mu}}} = \sqrt{\frac{\omega \mu}{2\sigma}} = \sqrt{\frac{2\pi f \mu}{2\sigma}}. \quad (2.50)$$

На высоких частотах предельное выражение коэффициента затухания (2.49) имеет вид

$$\alpha = \frac{R_S}{bZ_{c0}}.$$

3. Для стандартного медного волновода асимптотическое значение

$$\alpha \cong \frac{0,7}{\lambda \sqrt{\lambda}} \cdot 10^{-3} \frac{\text{дБ}}{\text{м}},$$

следовательно, при $\lambda = 10^{-2} \text{ м}$ коэффициент затухания составляет $\alpha = 0,7 \text{ дБ/м}$, т.е. на расстоянии $l = 10 \text{ м}$ затухание $\alpha = 7 \text{ дБ}$ (волна затухает в 5 раз).

4. Коэффициент затухания уменьшается с увеличением периметра поперечного сечения:

$$\alpha \sim \frac{l}{ab} = \frac{2(a+b)}{ab} = 2 \left[\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right].$$

5. При постоянном периметре коэффициент затухания минимален при соотношении размеров $b/a = 1,18$, однако при $b/a = (0,5...2)$ затухание меняется незначительно, поэтому выбирают $b = 2a$. При

$b/a > 0,5$ ближайшим высшим типом волны является волна H_{01} , что сокращает рабочий частотный диапазон волновода, поэтому ограничиваются соотношением $b/a \leq 0,5$. Следует отметить, что волны низших типов имеют наименьшее затухание (см. рис. 2.28).

6. Волновод в сравнении с коаксиальным кабелем имеет меньшее затухание. Например, на частоте $f = 3000 \text{ МГц}$, что соответствует длине волны $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{3 \cdot 10^9} = 0,1 \text{ м}$, затухание в волноводе составляет $\alpha_0 = 0,02 \text{ дБ/м}$, а в коаксиальной линии – $\alpha_0 = 0,8 \text{ дБ/м}$. В миллиметровом диапазоне волн прямоугольные волноводы практически не используются из-за большого затухания.

7. Полоса частот волновода $\Delta F = \pm(20...25)\%F_{cp}$, т.е. отношение частот рабочего диапазона составляет $F_{max}/F_{min} = 1,5$.

8. Предельная мощность, передаваемая по волноводу, ограничена возможностью пробоя. Пробой происходит в области наибольшей напряженности поля. Вид пробоя – искровой разряд при атмосферном давлении или тлеющий – при пониженном давлении. При пробое происходит полное отражение волны (выход из строя генераторной лампы).

Максимальная мощность пробоя определяется величиной передаваемой мощности (2.45) при предельном значении напряженности поля:

$$P_{проб} = \frac{ab}{4} E_{пр}^2 \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_k}\right)^2}}{Z_{c0}}. \quad (2.51)$$

Для воздуха $E_{пр} = 30 \text{ кВ/см}$, что при $\lambda = 3,2 \text{ см}$ и поперечном сечении волновода $10 \times 20 \text{ мм}^2$ на основной волне дает значение предельной мощности $P_{пр} = 990 \text{ кВт}$. Обычно допустимая мощность составляет $P_{дон} = (0,2...0,3)P_{пр}$.

Неоднородности в волноводе уменьшают величину предельной мощности.

3. КРУГЛЫЙ ВОЛНОВОД

Поперечное сечение такого волновода имеет вид окружности радиусом a . Такую структуру удобно представить в цилиндрической системе координат, изображенной на рис. 3.1, где r – радиальная координата; θ – азимутальный угол; Z – продольная координата.

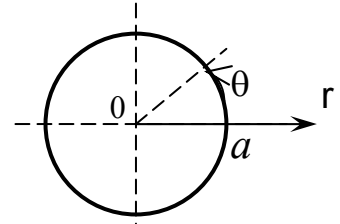


Рис. 3.1

Начало координат соответствует центру окружности – точке 0.

Пусть волновод работает на волне E-типа. Определим продольную составляющую электрического поля \dot{E}_Z путем решения соответствующего волнового уравнения

$$\nabla_{r\theta}^2 \dot{E}_Z + g^2 \dot{E}_Z = 0, \quad (3.1)$$

где $0 < r \leq a$, $0 < \theta \leq 2\pi$ – пространственная область уравнения;

$\nabla_{r\theta}^2$ – двумерный лапласиан в плоскости поперечного сечения.

Граничное условие следующее: $E_Z = 0$ при $r = a$.

Сначала получим выражение для двумерного лапласиана в цилиндрической системе координат, а затем определим лапласиан в криволинейной системе координат x_1, x_2, x_3 . Так как

$$\nabla^2 \varphi = \text{div grad } \varphi,$$

то предварительно запишем выражения для градиента и дивергенции:

$$\text{grad } \varphi = \nabla \varphi = \frac{1}{h_1} \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} \bar{e}_1 + \frac{1}{h_2} \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} \bar{e}_2 + \frac{1}{h_3} \frac{\partial \varphi}{\partial x_3} \bar{e}_3;$$

$$\text{div } \bar{A} = \nabla \bar{A} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial}{\partial x_1} (h_2 h_3 A_1) + \frac{\partial}{\partial x_2} (h_1 h_3 A_2) + \frac{\partial}{\partial x_3} (h_1 h_2 A_3) \right].$$

Подставляя вместо A_1, A_2, A_3 проекции градиента

$$A_1 = \frac{1}{h_1} \frac{\partial \varphi}{\partial x_1}, \quad A_2 = \frac{1}{h_2} \frac{\partial \varphi}{\partial x_2}, \quad A_3 = \frac{1}{h_3} \frac{\partial \varphi}{\partial x_3},$$

получаем

$$\begin{aligned} \text{div grad } \varphi &= \nabla^2 \varphi = \\ &= \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{h_2 h_3}{h_1} \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{h_1 h_3}{h_2} \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left(\frac{h_1 h_2}{h_3} \frac{\partial \varphi}{\partial x_3} \right) \right], \end{aligned}$$

где h_1, h_2, h_3 – коэффициенты Ламэ, которые определяют скорость перемещения точки вдоль соответствующей координатной линии. Эти числа являются коэффициентами линейных искажений.

Например, дифференциальное изменение радиальной координаты dr (рис. 3.2) приводит к соответствующему изменению координатной линии на величину $dl_1 = dr$. Поскольку линейные искажения отсутствуют, то $h_1 = \frac{dl_1}{dr} = 1$. Изменение азимутальной координаты $d\theta$ (рис. 3.3) приводит к соответствующему изменению координатной линии ($r = const$) на величину dl_2 . Тогда $dl_2 = rd\theta$, т.е.

$$h_2 = \frac{dl_2}{d\theta} = r.$$

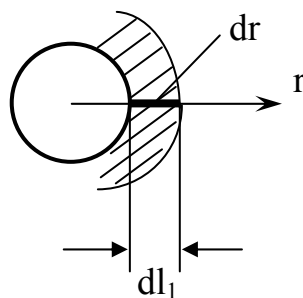


Рис. 3.2

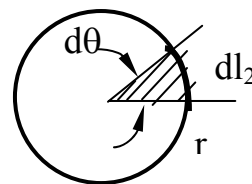


Рис. 3.3

Следовательно, для цилиндрической системы координат имеем

| | | | |
|-------|-------|----------|-------|
| | X_1 | X_2 | X_3 |
| | r | θ | z |
| h_i | 1 | r | 1 |

Подставляя найденные коэффициенты h_i и конкретные цилиндрические координаты в лапласиан, выраженный в обобщенной криволинейной системе, получаем

$$\nabla_{r\theta}^2 = \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right) \right].$$

Тогда волновое уравнение в цилиндрических координатах принимает вид

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \dot{E}_z}{\partial \varphi^2} + g^2 \dot{E}_z = 0,$$

или

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot r \cdot \frac{\partial^2 \dot{E}_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \dot{E}_z}{\partial \varphi^2} + g^2 \dot{E}_z = 0,$$

т.е.

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{E}_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \dot{E}_z}{\partial \varphi^2} + g^2 \dot{E}_z = 0. \quad (3.2)$$

В соответствии с методом разделения переменных запишем решение в виде

$$\dot{E}_z = R(r) \cdot \Phi(\varphi) \cdot e^{-jhz},$$

которое подставим в волновое уравнение (3.2):

$$\Phi \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \Phi \cdot \frac{\partial R}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \cdot R \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + g^2 R \Phi = 0.$$

Отсюда после умножения на $\frac{1}{R\Phi}$ получим

$$\frac{1}{R} \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial R}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} + g^2 = 0.$$

Отделим переменные по r и φ :

$$\frac{r^2}{R} \cdot \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{r}{R} \cdot \frac{\partial R}{\partial r} + g^2 r^2 = -\frac{1}{\Phi} \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2}.$$

Два независимых уравнения равны, если каждое из них равно константе m^2 :

$$\begin{cases} \frac{r^2}{R} \cdot \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{r}{R} \cdot \frac{\partial R}{\partial r} + g^2 r^2 = m^2; \\ -\frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} = m^2. \end{cases}$$

Так как функции $R(r), \Phi(\varphi)$ зависят от одной переменной, то перейдем от частных производных к обычным.

В первом уравнении получим единичный коэффициент при старшей производной. Для этого разделим уравнение на r^2/R :

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} + \left(g^2 r^2 - m^2 \right) \frac{R}{r^2} = 0.$$

Окончательно имеем систему уравнений в канонической форме:

$$\begin{cases} \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} + \left(g^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) \cdot R = 0; & (3.3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} + m^2 \Phi = 0. & (3.3a) \end{cases}$$

Решив эти уравнения, получим следующее:

$$1. \Phi(\varphi) = A \cos(m\varphi) + B \sin(m\varphi) = A_1 \cos m(\varphi - \varphi_0),$$

при этом начало отсчета можно выбрать произвольно, т.е. $\varphi_0 = 0$, тогда $\Phi(\varphi) = A_1 \cos(m\varphi)$.

2. Решение уравнения Бесселя (3.3) является суперпозицией цилиндрических функций 1-го и 2-го рода:

$$R(r) = CI_m(gr) + DN_m(gr),$$

где $I_m(x)$ – функция Бесселя m -порядка;

$N_m(x)$ – функция Неймана m -порядка.

Общее решение уравнения имеет вид

$$\dot{E}_z = [CI_m(gr) + DN_m(gr)] A_1 \cos(m\varphi) \cdot e^{-jhz}. \quad (3.4)$$

Графики первых функций Бесселя 1-го и 2-го рода изображены на рис. 3.4.

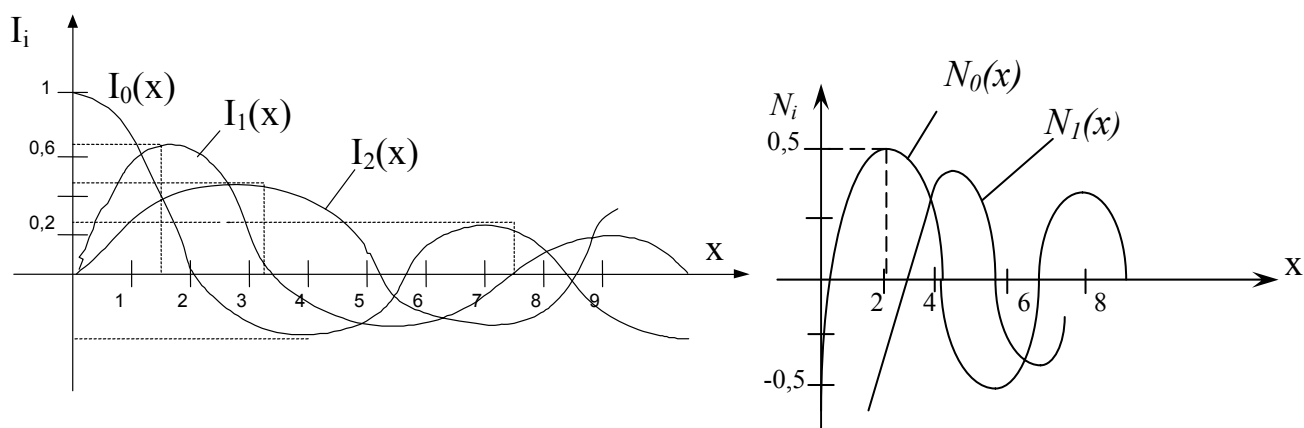


Рис. 3.4

Из физического смысла задачи в центре волновода $r = 0$, $x \rightarrow 0$, $N(x) \rightarrow -\infty$. Эта функция не удовлетворяет физическим условиям, поэтому полагаем $D = 0$. Тогда общее решение имеет вид

$$\dot{E}_z = E_0 I_m(gr) \cdot \cos(m\varphi) \cdot e^{-jhz}. \quad (3.5)$$

Поперечное волновое число определяем из граничного условия

$$\dot{E}_z = 0, \quad r = a,$$

тогда из формулы (3.5) имеем $I_m(ga) = 0$, т.е. $ga = v_{mn}$, следовательно

$$g = \frac{v_{mn}}{a}, \quad (3.6)$$

где m – порядок функции Бесселя, $m = 0, 1, 2, \dots$;
 n – номер корня, $n = 1, 2, 3, \dots$;
 ν_{mn} – корни функций Бесселя.

Значения корней функций Бесселя приведены в табл. 3.1.

Таблица 3.1

| Номер корня n | Порядок функции m | | |
|-----------------|---------------------|--------|--------|
| | 0 | 1 | 2 |
| 1 | 2,405 | 3,832 | 5,135 |
| 2 | 5,520 | 7,016 | 8,417 |
| 3 | 8,654 | 10,173 | 11,620 |

Волны круглого волновода E_{mn}^0 нумеруются в соответствии с индексацией корней ν_{mn} , т.е. порядком функции m и номером корня n , что определяет типы волн $E_{01}, E_{02}, E_{11}, E_{12}, E_{21}, \dots$

Особенности волн в круглом волноводе:

1. Компоненты волны зависят от волновых чисел, которые взаимосвязаны соотношением $k^2 = g^2 + h^2$.

2. Критическая длина E-волны определяется из указанного соотношения волновых чисел: $h = \sqrt{k^2 - g^2}$. В граничном (критическом) случае продольное волновое число $h = 0$, тогда волновое число неограниченного пространства совпадает с поперечным, т.е.

$k_K = g = \frac{\nu_{mn}}{a}$. Поскольку $k_K = \frac{2\pi}{\lambda_K}$, то из уравнения $\frac{2\pi}{\lambda_K} = \frac{\nu_{mn}}{a}$ следует, что

$$\lambda_K^E = \frac{2\pi a}{\nu_{mn}}. \quad (3.7)$$

Критическая длина H-волны

$$\lambda_K^H = \frac{2\pi a}{q_{mn}}, \quad (3.8)$$

где q_{mn} – корни производных функций Бесселя.

Значения корней производных функций Бесселя представлены в табл. 3.2.

Таблица 3.2

| Номер корня n | Порядок функции m | | |
|-----------------|---------------------|------|------|
| | 0 | 1 | 2 |
| 1 | 3,83 | 1,84 | 3,05 |
| 2 | 7,02 | 5,33 | 6,7 |
| 3 | 10,17 | 8,54 | 9,96 |

3. Параметры волн соответствуют направляемым волнам при соответствующем значении λ_k . Например, продольное волновое число

$$h = k \sqrt{1 - \left(\frac{g}{k}\right)^2}, \quad \text{или} \quad h = k \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_K}\right)^2}.$$

4. Основная волна определяется из сравнительной диаграммы длин волн (рис. 3.5).

Основная волна соответствует наибольшему значению критической длины волны, т.е. минимальному корню v_{mn} (q_{mn}).

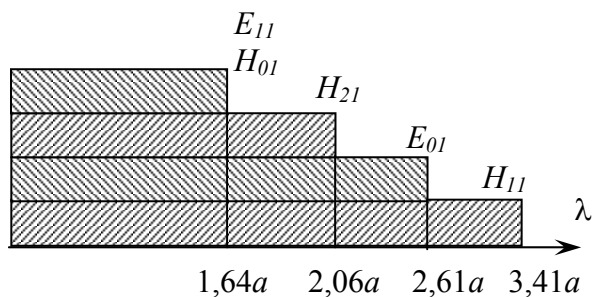


Рис. 3.5

$$E_{01}: \lambda_K = \frac{2\pi a}{2,4} = 2,61a \text{ и т.д.}$$

Из диаграммы типов волн следует, что при работе на основной волне рабочий диапазон длин волн заключен в диапазоне $3,41a \dots 2,61a$, что меньше, чем в прямоугольном волноводе.

5. Поскольку $E \sim \cos(m\varphi)$, $\varphi = 2\pi$, то m соответствует числу целых стоячих волн, которые укладываются вдоль окружности волновода.

Волны при $m = 0$ не изменяются в зависимости от φ , т.е. азимутально однородны. Волны при $m = 1$ имеют максимум продольной составляющей E_Z при $\varphi = 0$, $\varphi = \pi$.

Так как $E_Z \sim I_m(gr)$, то в критическом случае $ga = v_{mn}$, в свою очередь, $gk = \frac{2\pi}{\lambda_{cm}}$ связано с λ_{cm} — длиной стоячей волны вдоль координаты r , следовательно,

$$\frac{2\pi}{\lambda_{cm}} a = v_{mn}, \quad \text{или} \quad \frac{a}{\lambda_{cm} / 2} = \frac{v_{mn}}{\pi}.$$

Как следует из табл. 3.1 и 3.2, n определяет число максимумов продольной составляющей E_z на радиусе a .

6. Структура волны типа E_{01} азимутально-однородная ($m = 0$, по

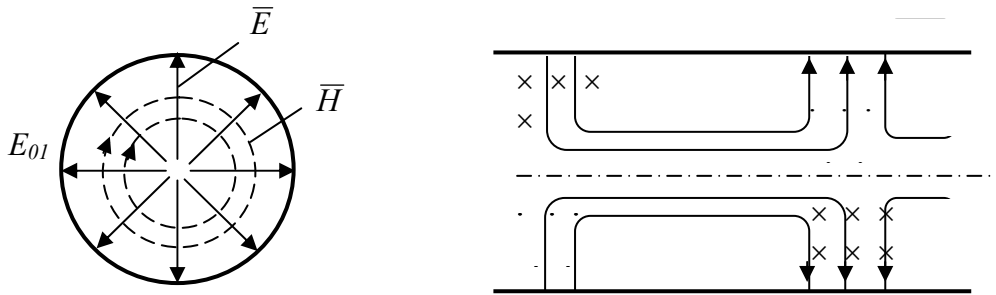


Рис. 3.6

координате φ – равномерная) (рис. 3.6). Изменение компоненты E_z вдоль радиальной координаты r (3.5) определяет соответствующая функция Бесселя

$$E_z \sim I_m(g r) = I_m\left(\nu_{mn} \frac{r}{a}\right)$$

с учетом представления поперечного волнового числа (3.6). Для волны типа E_{01} это выражение конкретизируется ($m = 0$, $n = 1$):

$$E_z \sim I_0\left(\nu_{01} \frac{r}{a}\right).$$

Указанная зависимость $E_z(r)$, изображенная на рис. 3.7, воспроизводит первую полуволну функции $I_0(x)$ (см. рис. 3.4) в интервале $0 \leq x \leq \nu_{01}$.

Волна E_{11} имеет два максимума E_z по координате φ ($m = 1$, одна стоячая волна) и один максимум вдоль координаты r . Изменение компоненты $E_z(r)$ показано на рис. 3.8, что соответствует функции Бесселя первого порядка $I_1(x)$ (см. рис. 3.4) в интервале $0 \leq x \leq \nu_{11}$:

$$E_z \sim I_1\left(\nu_{11} \frac{r}{a}\right).$$

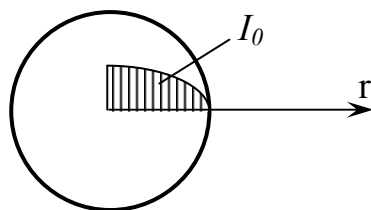


Рис. 3.7

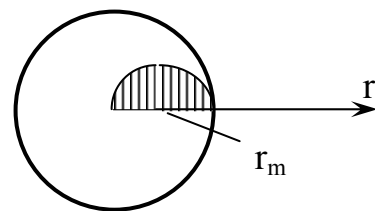


Рис. 3.8

Координату максимума r_m находим из производной функции Бесселя $I_1'(x_m) = I_1'(q_{11}) = 0$, т.е. $q_{11} = 1,84$, тогда

$$x_m = \nu_{11} \frac{r_m}{a} = 3,83 \frac{r_m}{a} = q_{11} = 1,84,$$

откуда

$$\frac{r_m}{a} = \frac{1,84}{3,83} = 0,48.$$

Волна H_{01} является азимутально-равномерной, поперечно-электрической, т.е. линии E – концентрические окружности (рис. 3.9).

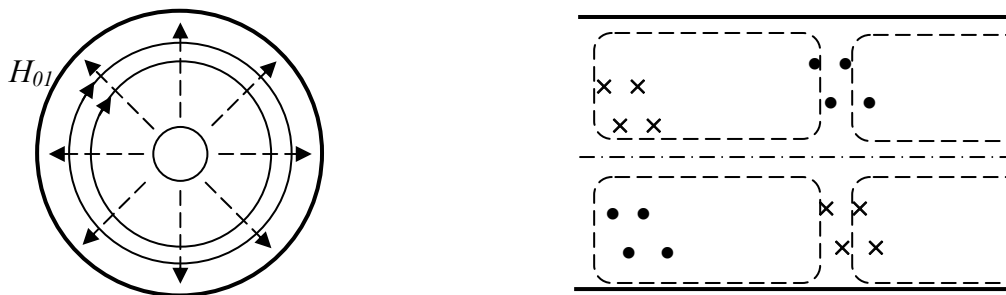


Рис. 3.9

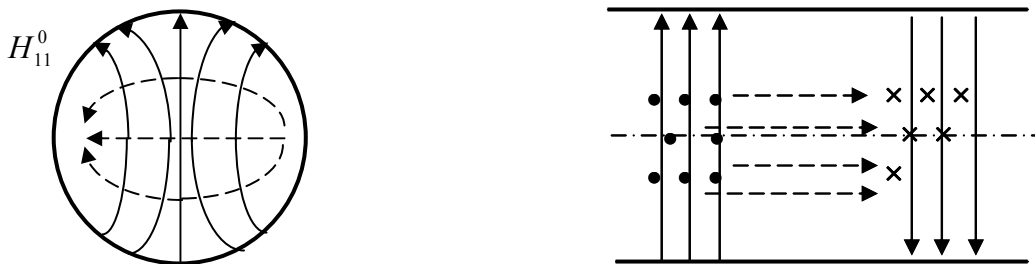


Рис. 3.10

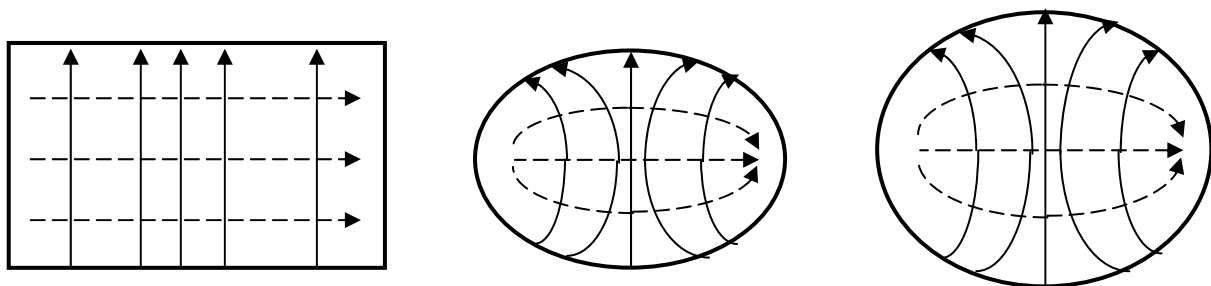


Рис. 3.11

По структуре простейшие волны – это волны типов E_{01} , H_{01} .

Структура основной волны представлена на рис. 3.10. На рис. 3.11 показано, как основная волна прямоугольного волновода H_{10} преобразуется в волну типа H_{11}^0 при его деформации.

Основная волна H_{11}^0 применяется редко из-за неустойчивости плоскости поляризации. Неоднородности волновода приводят к повороту плоскости поляризации.

Волна типа E_{01}^0 в силу круговой симметрии используется во вращающихся сочленениях.

Волна типа H_{01}^0 имеет наименьшие потери, причем при повышении частоты затухание уменьшается. Это связано с тем, что поверхностный ток имеет только поперечные составляющие, так как возбуждается продольной составляющей вектора H_Z , поэтому линии поверхностного тока имеют кольцевой характер. При повышении частоты продольная составляющая вектора уменьшается, т.е. волна приближается к типу ТЕМ, что приводит к уменьшению плотности поверхностного тока. При соотношении $a/\lambda > 3...4$ затухание этой волны намного меньше затухания волны типа H_{11}^0 .

Круглые волноводы на волне типа H_{01}^0 имеют затухание (1...2) дБ/км в коротковолновой части сантиметрового и миллиметрового диапазонов. Распространение волн других типов предотвращают, применяя дисковую или спиральную структуру волновода. Подавляемые волны имеют продольную составляющую тока, поэтому при данной конструкции волновода такая структура тока эффективно подавляется.

4. КОАКСИАЛЬНАЯ ЛИНИЯ ПЕРЕДАЧИ

Эта линия представляет собой двухсвязную систему, состоящую из двух проводников: центрального и экранирующего. Она изображена на рис. 4.1, где $b = d/2$ – радиус внутреннего проводника, а $a = D/2$ – радиус внешнего проводника. В этой структуре существуют волны трех типов: Е, Н и ТЕМ. Основной волной является ТЕМ-волна. Для такой волны линии векторов \vec{E} и \vec{H} лежат в плоскости поперечного сечения.

Компоненты волны в цилиндрической системе координат имеют следующий вид:

$$\begin{cases} \dot{\vec{H}} = \bar{\varphi}_0 \frac{\dot{I}}{2\pi r}, b \leq r \leq a; \\ \dot{\vec{E}} = \bar{r}_0 Z_c \frac{\dot{I}}{2\pi r}, \end{cases} \quad (4.1)$$

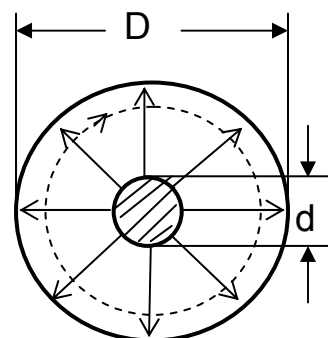


Рис. 4.1

где $Z_c = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$ – волновое сопротивление ТЕМ-волны.

Волновое сопротивление линии $Z_{\text{л}} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}}$, при этом напряжение между проводниками

$$\dot{U} = \int_b^a \dot{E} dr = Z_c \frac{\dot{I}}{2\pi} \int_b^a \frac{dr}{r} = Z_c \frac{\dot{I}}{2\pi} \ln r \Big|_b^a, \quad \dot{U} = Z_c \frac{\dot{I}}{2\pi} \ln \frac{a}{b},$$

тогда

$$Z_{\text{л}} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{Z_c}{2\pi} \ln \frac{a}{b}, \quad Z_{\text{л}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln \frac{a}{b} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_r \varepsilon_0}} \ln \frac{a}{b}.$$

Учитывая соотношение констант

$$\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi,$$

окончательно получаем

$$Z_{\text{л}} = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_r}} \ln \frac{a}{b} [\text{Ом}], \quad (4.2)$$

где ε_r – относительная диэлектрическая проницаемость внутренней среды.

Коэффициент затухания

$$\alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{R_S \oint H_{\tau}^2 dl}{\operatorname{Re} \int_S [\dot{\mathbf{E}} \times \dot{\mathbf{H}}^*] d\bar{S}}.$$

Вычислим интегралы, входящие в это выражение:

$$\begin{aligned} \text{а) } \oint_L H_{\tau}^2 dl &= \oint_{L_1} H_a^2 dl + \oint_{L_2} H_b^2 dl = \frac{I^2}{(2\pi a)^2} \cdot 2\pi a + \frac{I^2}{(2\pi b)^2} \cdot 2\pi b = \\ &= \frac{I^2}{2\pi} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \int_S [\dot{\mathbf{E}} \times \dot{\mathbf{H}}^*]_{z0} d\bar{S} &= Z_c \int_0^{2\pi} \int_b^a \frac{I^2}{(2\pi r)^2} r d\varphi dr = Z_c \frac{I^2}{(2\pi)^2} \cdot 2\pi \cdot \ln r \Big|_b^a = \\ &= Z_c \frac{I^2}{2\pi} \ln \frac{a}{b}. \end{aligned}$$

Используя значения интегралов, получаем коэффициент затухания

$$\alpha = \frac{1}{2} \cdot \frac{R_S}{Z_c} \cdot \frac{\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)}{\ln \frac{a}{b}}. \quad (4.3)$$

Особенности коэффициента затухания следующие:

1. Так как $a > b$, то большая энергия теряется в центральном проводнике.

2. Если увеличивать радиус центрального проводника b , то коэффициент затухания уменьшится, так как уменьшится плотность по-

верхностного тока и рассеиваемая мощность $P_e \sim \frac{I^2}{2\pi} \cdot \frac{1}{b}$.

3. Если увеличивать b , то уменьшится сопротивление линии Z_L , тогда при постоянной мощности

$$P = Z_c \frac{I^2}{2\pi} \ln \frac{a}{b} = Z_L I^2$$

нужно увеличивать ток, что вызовет увеличение затухания. Следовательно, есть оптимальное значение радиуса:

$$\frac{d\alpha}{db} = 0 \rightarrow \frac{a}{b} \cong 3,6.$$

Оптимальный выбор размеров a и b дает такие значения волновых сопротивлений: $Z_L = 77 \text{ Ом}$ для воздуха и $Z_L = 50 \text{ Ом}$ для заполнения полиэтиленом с $\epsilon_r = 2,35$. Стандартные кабели имеют сопротивления 50 и 75 Ом.

При длине волны $\lambda < 10 \text{ см}$ затухание в линии превышает затухание в волноводе. Поэтому в сантиметровом диапазоне применяются только короткие отрезки коаксиальной линии.

4. Коаксиальная линия работает на основной волне типа ТЕМ. Качественное обоснование критической длины волны приведено на рис. 4.2.

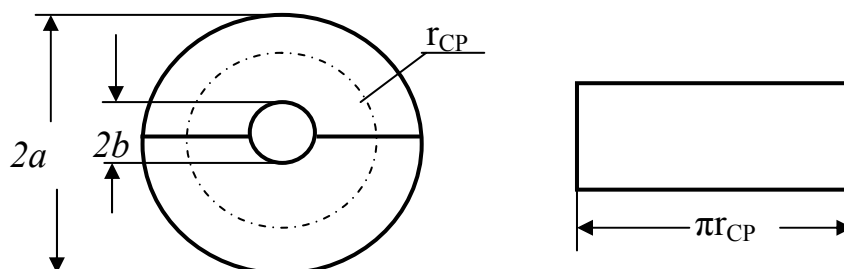


Рис. 4.2

Если разрезать структуру по диаметру и “разогнуть”, то получим сечение прямоугольного волновода с размером широкой стенки, равным половине длине окружности:

$$\ell = \frac{2\pi r_c}{2} = \pi r_c,$$

где $r_c = \frac{a+b}{2}$ – средний радиус.

Значение критической длины волны для основного типа

$$\lambda_k \cong \frac{\pi}{2}(D+d) = \pi(a+b). \quad (4.4)$$

Условие существования ТЕМ-волны: $\lambda > \pi(a+b)$. Поэтому при уменьшении рабочей длины волны нужно уменьшать диаметры проводников.

Затухание электромагнитной волны определяется как джоулевыми потерями в проводниках, так и рассеиванием энергии в диэлектрике. Коэффициент затухания, $неп/м$,

$$\alpha = \alpha_{\Pi} + \alpha_{\text{Д}}$$

содержит две компоненты затухания:

$$\alpha_{\Pi} \text{ – в проводнике; } \quad \alpha_{\text{Д}} \text{ – в диэлектрике.}$$

При измерении коэффициента затухания в логарифмическом масштабе, $дБ/м$,

$$\alpha = 8,686(\alpha_{\Pi} + \alpha_{\text{Д}}).$$

Коэффициент затухания в диэлектрической среде для ТЕМ-волны определяется известным выражением

$$\alpha_{\text{Д}} = \frac{k}{2} \text{tg}\Delta.$$

С учетом представления волнового числа в диэлектрике $k = 2\pi/\lambda_{\text{Д}}$ имеем

$$\alpha_{\text{Д}} = \frac{\pi}{\lambda_{\text{Д}}} \text{tg}\Delta = \frac{\pi}{\lambda_0} \sqrt{\varepsilon_r} \text{tg}\Delta, \quad (4.5)$$

где $\lambda_{\text{Д}} = \lambda_0/\sqrt{\varepsilon_r}$ выражено через длину волны в вакууме λ_0 и относительную диэлектрическую проницаемость диэлектрика ε_r .

Параметр $\alpha_{\text{Д}}$ может быть выражен также через параметры диэлектрической среды:

$$\alpha_{\text{Д}} = \frac{1}{2} Z_c \sigma, \quad (4.5a)$$

где $Z_c = \sqrt{\mu/\varepsilon}$ – волновое сопротивление диэлектрической среды;
 σ – удельная проводимость диэлектрика.
 Действительно,

$$\alpha_{\text{д}} = \frac{\pi}{\lambda_{\text{д}}} \operatorname{tg} \Delta = \frac{\pi}{\lambda_{\text{д}}} \cdot \frac{\sigma}{\omega \varepsilon} = \frac{\pi \sigma}{\lambda_{\text{д}} \varepsilon \frac{2\pi}{T}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma}{\varepsilon \vartheta_{\Phi}} = \frac{1}{2} \sqrt{\varepsilon \mu} \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}. \quad (4.56)$$

Коэффициенты затухания могут быть рассчитаны также на основе теории длинных линий. Эквивалентная Г-образная схема элемента длины линии определяет постоянную распространения

$$\gamma = \sqrt{ZY},$$

где $Z = R + j\omega L$, $Y = G + j\omega C$ – погонные значения последовательного сопротивления и параллельной проводимости, причем потери в проводниках и диэлектрике определяются соответственно параметрами R и G .

Преобразованное выражение постоянной распространения

$$\gamma = j\omega \sqrt{LC} \sqrt{1 + \frac{R}{j\omega L}} \sqrt{1 + \frac{G}{j\omega C}}$$

на высоких частотах при $R/(\omega L) \ll 1$, $G/(\omega C) \ll 1$ дает приближенную формулу

$$\gamma = j\omega \sqrt{LC} \left(1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{R}{j\omega L} + \frac{1}{2} \cdot \frac{G}{j\omega C} \right) = j\omega \sqrt{LC} + \frac{1}{2} \cdot \frac{R}{Z_0} + \frac{1}{2} \cdot GZ_0 = j\beta + \alpha,$$

где $Z_0 = \sqrt{L/C}$ – волновое сопротивление линии.

Таким образом, коэффициенты затухания определяются следующими формулами:

- в диэлектрике

$$\alpha_{\text{д}} = \frac{1}{2} GZ_0; \quad (4.6)$$

- в проводнике

$$\alpha_{\text{п}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{R}{Z_0}, \quad (4.7)$$

где

$$Z_0 = \frac{Z_c}{2\pi} \ln \left(\frac{b}{a} \right), \quad R = R_s \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{a} \right). \quad (4.8)$$

5. ПОЛОСКОВЫЕ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ

Полосковые линии передачи относятся к двухсвязным системам. Эти линии содержат два металлических проводника в виде тонких лент, которые электрически изолированы друг от друга. Конструктивно они выполняются как симметричные или несимметричные линии.

Симметричная полосковая линия содержит центральный ленточный проводник, расположенный симметрично между плоскими металлическими экранами, которые электрически соединены между собой (рис. 5.1).

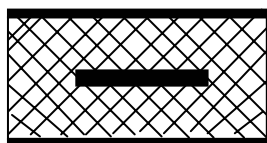


Рис. 5.1

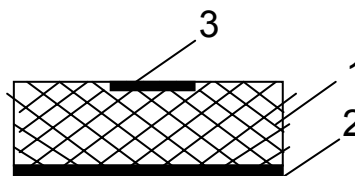


Рис. 5.2

Несимметричная полосковая линия (рис. 5.2) представляет собой диэлектрическую пластину (подложку 1), расположенную между металлическим заземленным экраном 2 и узким металлическим проводником 3 на противоположной плоскости. Несимметричная линия с диэлектриком при большом значении относительной диэлектрической проницаемости получила названия микрополосковой линии (МПЛ). В такой линии толщина подложки и ширина полоскового проводника много меньше длины волны в свободном пространстве. Малые размеры линии позволяют использовать ее в интегральных СВЧ-схемах.

Основная волна в симметричной полосковой линии является поперечной волной (ТЕМ-волна), которая, в частности, не имеет дисперсии.

В микрополосковой линии, строго говоря, распространяются гибридные волны, которые содержат продольные электрические и магнитные компоненты. Обоснование гибридных волн приведено в [2]. Это связано с более сложной структурой поля, чем в симметричных линиях, так как только часть поля концентрируется в заполненном диэлектриком пространстве. Некоторая часть поля формируется слоистой структурой диэлектрик–воздух. Однако малость продольных компонент поля в сравнении с поперечными позволяет рассматривать в качестве основной волны квази-ТЕМ-волну. Структура поля такой

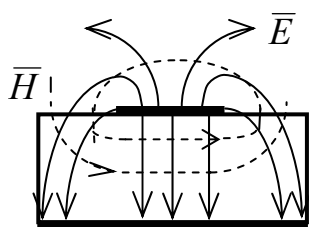


Рис. 5.3

волны показана на рис. 5.3. На низких частотах эта модель дает приемлемую точность. С увеличением частоты возрастает доля продольных составляющих поля, т.е. волна проявляет дисперсные свойства. При этом волновое сопротивление и фазовая скорость начинают зависеть от частоты.

Фазовая скорость ТЕМ-волны определяется электродинамическими параметрами среды, в которой распространяется эта волна:

$$v_{\phi} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{v_0}{\sqrt{\epsilon_r\mu_r}} \approx \frac{v_0}{\sqrt{\epsilon_r}}, \quad (5.1)$$

где \mathcal{G}_0 – скорость распространения волны в вакууме;

ε_r – относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика.

В МПЛ фазовая скорость квази-ТЕМ-волны рассчитывается через параметр эффективной диэлектрической проницаемости $\varepsilon_{r\text{Э}}$:

$$\mathcal{G}_\Phi = \frac{\mathcal{G}_0}{\sqrt{\varepsilon_{r\text{Э}}}}. \quad (5.1a)$$

Этот параметр характеризует соотношение между энергиями поля, концентрирующегося в диэлектрике и воздухе. Как следует из теории длинных линий, скорость перемещения фронта волны вдоль линии

$$\mathcal{G}_\Phi = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

определяется ее погонными параметрами: емкостью и индуктивностью. Сравнивая ее с фазовой скоростью в линии при отсутствии диэлектрического заполнения

$$\mathcal{G}_0 = \frac{1}{\sqrt{LC_B}},$$

где C_B – погонная емкость линии с воздушным заполнением, получаем

$$\frac{\mathcal{G}_0}{\mathcal{G}_\Phi} = \sqrt{\frac{C}{C_B}} = \sqrt{\varepsilon_{r\text{Э}}}. \quad (5.2)$$

Этот параметр входит во все соотношения, используемые при расчетах МПЛ.

Линия с широким проводником близка к плоскому конденсатору, где практически вся энергия поля концентрируется в диэлектрике, поэтому $\varepsilon_{r\text{Э}} \approx \varepsilon_r$. При очень узкой проводящей полоске энергия поля распределяется почти поровну между воздухом и диэлектриком, поэтому $\varepsilon_{r\text{Э}}$ близка к полусумме проницаемостей диэлектрика и воздуха:

$$\varepsilon_{r\text{Э}} \approx \frac{\varepsilon_r + 1}{2}.$$

Диапазон изменения этого параметра составляет

$$\frac{\varepsilon_r + 1}{2} < \varepsilon_{r\text{Э}} < \varepsilon_r.$$

В литературе приводятся расчетные соотношения при нулевой толщине полоски [5]

$$\varepsilon_{r\varepsilon} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} \left(1 + \frac{10h}{w} \right)^{-1/2} \quad (5.3)$$

и при конечной толщине полоски t

$$\varepsilon_{r\varepsilon} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2} \left(1 + \frac{10h}{w} \right)^{-1/2} - Q, \quad (5.3a)$$

$$Q = \frac{\varepsilon_r - 1}{4,6} \cdot \frac{t/h}{\sqrt{w/h}},$$

где h – толщина диэлектрика;
 w – ширина центральной полоски;

$$Q = \frac{\varepsilon_r - 1}{4,6} \cdot \frac{t/h}{\sqrt{w/h}}.$$

В работе [7] приведены иные варианты аппроксимирующих выражений для $\varepsilon_{r\varepsilon}$. На частотах до 10 ГГц дисперсией (частотной зависимостью) $\varepsilon_{r\varepsilon}$ можно пренебречь. В [5] указаны источники, в которых рассмотрены дисперсионные модели $\varepsilon_{r\varepsilon}$. Там же приведено простое выражение для учета частотной зависимости.

Длина волны, распространяющейся в свободном пространстве,

$$\lambda_0 = \frac{g_0}{f}$$

для квази-ТЕМ-волны при наличии диэлектрика, что соответствует длине волны в МПЛ

$$\lambda_{\text{д}} = \frac{g_{\text{ф}}}{f}.$$

Сравнивая эти длины волн, имеем

$$\frac{\lambda_{\text{д}}}{\lambda_0} = \frac{g_{\text{ф}}}{g_0} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_{r\varepsilon}}},$$

откуда длина волны в МПЛ

$$\lambda_{\text{д}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_{r\varepsilon}}}. \quad (5.4)$$

Рабочий диапазон частот МПЛ ограничивается сверху и снизу. Со стороны верхних частот он определяется критическими частотами ближайших высших типов волн. Наименьшие критические частоты имеют волна типа HE₁ и поверхностная волна, распространяющаяся вдоль границы раздела диэлектрик–воздух. Для МПЛ, реализуемых в интегральном исполнении, критическая частота поверхностной волны, ГГц, [6]

$$f_k = \frac{75}{h\sqrt{\varepsilon_r - 1}}, \quad (5.5)$$

где h – толщина подложки, мм.

МПЛ применяют до частот 30 000 МГц. Физические ограничения вызваны увеличением потерь в линии, а также требованиями высоких допусков на их изготовление. Кроме того, на волнах короче 1 см преимуществ МПЛ в сравнении с волноводами с точки зрения габаритных показателей нет. На частотах $f > 14$ ГГц преимущественно используются МПЛ в интегральном монолитном исполнении. В области низких частот МПЛ могут применяться для передачи постоянного тока. Однако этот диапазон рекомендуется ограничивать частотой $f > 100$ МГц. Это связано с повышенными габаритами резонансных элементов на более низких частотах.

Волновое сопротивление МПЛ определяется в результате решения уравнения Лапласа в частных производных численным методом. Алгоритмы расчетов приведены в [7]. Приближенные расчетные формулы в замкнутой форме даны в [5]. Для симметричной полосковой линии в частном случае бесконечно тонкого внутреннего проводника получено выражение для волнового сопротивления [5]. Этот параметр вычисляется через эллиптические интегралы. Выражение получено на основе электростатического анализа методом конформных отображений. В этом же источнике приведено аппроксимированное выражение через элементарные функции.

Волновое сопротивление типовых МПЛ находится в пределах 20...125 Ом. Снизу значение сопротивления ограничено потерями на излучение и преобразованием в высшие моды.

В несимметричной структуре полосковой линии трудно реализовать линию с большим волновым сопротивлением. Для этого нужно сильно уменьшать ширину полоски, что резко увеличивает потери в проводнике. Кроме того, требования на допуски при их изготовлении становятся нереализуемыми. Уменьшение параметра ε также приводит к увеличению волнового сопротивления, однако при этом возрастают потери на излучение.

Затухание волны обусловлено потерями в проводниках и диэлектрике. Затухание в диэлектрике для полосковой линии определяется классической формулой для ТЕМ-волны

$$\alpha_{\text{д}} = \frac{k}{2} \text{tg}\Delta = \frac{\pi}{\lambda_{\text{д}}} \text{tg}\Delta = \frac{\pi}{\lambda_0} \sqrt{\varepsilon_r} \text{tg}\Delta, \quad (5.6)$$

где λ_0 – длина волны в вакууме,

$\lambda_{\text{д}}$ – длина волны в диэлектрике.

Эти длины связаны очевидным соотношением

$$\lambda_{\text{д}} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_r}}.$$

В логарифмическом масштабе затухание, дБ/м, определяется по следующей формуле:

$$\alpha_{\text{д}} = 8,686\pi \frac{\sqrt{\varepsilon_r}}{\lambda_0} \text{tg}\Delta = 27,3 \frac{\sqrt{\varepsilon_r}}{\lambda_0} \text{tg}\Delta. \quad (5.6a)$$

В микрополосковой линии учитывается эффект перераспределения энергии электромагнитного поля между диэлектриком и окружающей средой, поэтому формула для затухания модифицируется [5]:

$$\alpha_{\text{д}} = 27,3 \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_r - 1} \cdot \frac{\varepsilon_{r\text{э}} - 1}{\sqrt{\varepsilon_{r\text{э}}}} \cdot \frac{\text{tg}\Delta}{\lambda_0}. \quad (5.7)$$

Потери в диэлектрике обычно намного меньше потерь в проводниках, особенно при использовании высококачественной керамики (кварц, поликор). При использовании полупроводниковой подложки затухание существенно возрастает [6].

Потери в проводниках описываются достаточно громоздкими выражениями. Для МПЛ в замкнутой форме они приведены в [5], [6]. Простое приближенное выражение коэффициента затухания для несимметричной линии приведено в работе [6]:

$$\alpha_{\text{пр}} \approx \frac{8,7R_s}{Z_c w}, \quad (5.8)$$

где Z_c – волновое сопротивление линии,

w – ширина центрального проводника.

Ток в проводниках концентрируется в слое, толщина которого определяется глубиной проникновения поля (толщиной скин-слоя). Толщина проводника должна быть не менее 3 - 5 скин-слоев. Материал проводников должен иметь высокую электропроводность, малую величину температурного коэффициента сопротивления, а также хорошие технологические свойства (адгезия к подложке).

Материал подложки определяет потери в диэлектрике и длину волны в линии. Для МПЛ выбирают материал с высоким значением ε_r (~ 10 единиц), малыми потерями, постоянством ε в широком частотном диапазоне. В монокристаллических схемах используют Si ($\varepsilon = 11,7$), GaAs ($\varepsilon = 13,3$). Кварцевая подложка характеризуется высокой стабильностью ε , бериллиевая керамика имеет высокую теплопроводность, что обеспечивает хороший теплоотвод.

Геометрические размеры МПЛ влияют на ее основные параметры. В то же время заданному значению волнового сопротивления может соответствовать разная геометрия линии.

Ширина основания a выбирается из условия $a > 3w$, где w – ширина токопроводящей полоски. В этой области пространства сосредоточена большая часть энергии поля.

Уменьшение ширины полоски приводит к уменьшению габаритов линии, но при этом возрастают потери в проводнике. Волновое сопротивление линии монотонно уменьшается при увеличении параметра w/h , где h – толщина подложки. Уменьшение размера h обеспечивает меньшие потери на излучение, но для обеспечения постоянства волнового сопротивления нужно уменьшать размер w , что приведет к увеличению потерь в проводнике. Поэтому минимальное значение h определяется допустимой величиной потерь в проводнике.

Библиографический список

1. Никольский В.В. Электродинамика и распространение радиоволн. – М.: Наука, 1973. – 607 с.
2. Григорьев А.Д. Электродинамика и техника СВЧ. – М.: Высш. шк., 1990. – 335 с.
3. Гольдштейн Л.Д., Зернов Н.В. Электромагнитные поля и волны. – М.: Сов. радио, 1971. – 664 с.
4. Петров Б.М. Электродинамика и распространение радиоволн. – М.: Горячая линия-Телеком, 2003. – 558 с.
5. Гупта К., Гардж Р., Чадха Р. Машинное проектирование СВЧ-устройств: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1987. – 432 с.
6. Малорацкий Л.Г., Явич Л.Р. Проектирование и расчет СВЧ-элементов на полосковых линиях. – М.: Сов. радио, 1972. – 232 с.
7. Фуско В. СВЧ-цепи. Анализ и автоматизированное проектирование: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1990. – 288 с.
8. Барсуков С.М. Теорія електромагнітного поля: Навч. посібник. – Х.: ХАИ, 1994. – 62 с.
9. Вольман В.И., Пименов Ю.В. Техническая электродинамика. – М.: Связь, 1971. – 487 с.

Оглавление

| | | |
|--------|---|----|
| 1. | Направляемые волны..... | 3 |
| 1.1. | Особенности направляемой волны. Волновое уравнение | 3 |
| 1.2. | Взаимосвязь поперечных и продольных компонент волны | 4 |
| 1.3. | Типы направляемых волн..... | 6 |
| 1.4. | Характеристики дисперсных волн..... | 8 |
| 2. | Прямоугольный волновод..... | 11 |
| 2.1. | Волны в прямоугольном волноводе..... | 11 |
| 2.1.1. | Волна электрического типа (Е-волна)..... | 11 |
| 2.1.2. | Волна магнитного типа (Н-волна)..... | 14 |
| 2.1.3. | Особенности волн..... | 16 |
| 2.1.4. | Структура поля основной волны..... | 21 |
| 2.2. | Энергетические характеристики волновода..... | 24 |
| 2.2.1. | Вектор Пойнтинга в энергетических задачах..... | 24 |
| 2.2.2. | Мощность, передаваемая по волноводу..... | 26 |
| 2.2.3. | Потери мощности в волноводе..... | 27 |
| 2.2.4. | Затухание волн прямоугольного волновода..... | 30 |
| 2.2.5. | Коэффициент затухания основной волны..... | 33 |
| 3. | Круглый волновод..... | 39 |
| 4. | Коаксиальная линия передачи..... | 47 |
| 5. | Полосковые линии передачи..... | 51 |
| | Библиографический список..... | 57 |

Барсуков Сергей Николаевич

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В НАПРАВЛЯЮЩИХ СТРУКТУРАХ

Редактор А.Н. Емленинова

Св. план, 2007

Подписано в печать

Формат 60x84 1/16. Бум. офс. № 2. Офс. печ.

Усл. печ. л. 3,2. Уч.-изд. л. 2,43. Т. 100 экз. Заказ . Цена свободная

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского

«Харьковский авиационный институт»

61070, Харьков-70, ул. Чкалова, 17

<http://www.khai.edu>

Издательский центр «ХАИ»

61070, Харьков-70, ул. Чкалова, 17

izdat@khai.edu