

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского
«Харьковский авиационный институт»

С.Н. Барсуков

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

Учебное пособие по выполнению контрольной работы
для студентов факультета заочного обучения

Харьков «ХАИ» 2006

Электродинамика и распространение радиоволн/ С.Н. Барсуков. – Учеб. пособие по выполнению контрольной работы для студентов факультета заочного обучения. – Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т «Харьк. авиац. ин-т», 2006. - 31 с.

Пособие содержит условия типовых задач и образцы их решения по курсу «Электродинамика и распространение радиоволн». Рассмотрены классические принципы, лежащие в основе расчета волноводных и замедляющих структур, объемных резонаторов, а также электромагнитных процессов в неограниченных и ограниченных средах. Дана методика применения теоретических сведений, которые иллюстрируются в виде расчетных процедур.

Для студентов факультета заочного обучения.

Ил. 8. Табл. 5. Библиогр.: 2 назв.

Рецензенты: д-р техн. наук, проф. В.Д. Карлов,
канд. техн. наук, доц. Е.А. Милькевич

1. Условия задач

Задача 1. Получить компоненты плоской монохроматической электромагнитной волны, распространяющейся в неограниченном диэлектрическом пространстве. Для заданных электродинамических параметров среды $\varepsilon_r, \mu_r = 1$, амплитуды напряженности электрического поля E_m и частоты электромагнитных колебаний F рассчитать основные параметры электромагнитной волны.

Исходные данные для расчета приведены в табл. П.1.

Задача 2. Плоская гармоническая линейно-поляризованная электромагнитная волна падает по нормали на плоскую границу хорошо проводящей среды. При заданных электродинамических параметрах проводящей среды $\varepsilon_r = 1, \mu_r = 2, \sigma$, а также известной величине тангенциальной составляющей E_τ на поверхности этой среды и данной частоте изменения электромагнитного поля F рассчитать параметры волны в проводящей среде и основные поверхностные параметры.

Исходные данные для расчета приведены в табл. П.2.

Задача 3. В прямоугольном волноводе с поперечным сечением $a \times b$ и воздушным заполнением распространяется заданный тип волны E_{mn} (или H_{mn}) с частотой F и известным амплитудным значением продольной составляющей E_{z0} (или H_{z0}). Полагая стенки волновода идеально проводящими, рассчитать основные параметры электромагнитной волны.

Исходные данные для расчета приведены в табл. П.3.

Задача 4. В прямоугольном резонаторе с размерами поперечного сечения $a \times b$ и воздушным заполнением возбуждено колебание заданного типа H_{mnp} (или E_{mnp}) с известным амплитудным значением напряженности поля H_{m0} (или E_{m0}). Стенки резонатора – медные с удельной проводимостью $\sigma = 5,6 \cdot 10^7$ См/м и значением абсолютной магнитной проницаемости $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м. Рассчитать основные резонансные и поверхностные параметры резонатора, а также его энергетические параметры и величину добротности.

Исходные данные для расчета приведены в табл. П.4.

Задача 5. Вдоль диэлектрической замедляющей структуры с диэлектриком толщиной d и относительной диэлектрической проницаемостью ε_{2r} распространяется медленная электромагнитная волна. Длина волны возбуждающего генератора λ . Рассчитать фазовую скорость медленной волны, длину волны замедленного электромагнитного процесса, а также коэффициент замедления. Привести аналитическое и графическое представления медленной волны.

Исходные данные для расчета приведены в табл. П.5.

2. Основные требования к выполнению работы

В каждой задаче должна быть приведена четкая формулировка поставленной задачи, включающая в себя: общую постановку задачи, математическую формулировку, геометрию задачи (рисунок исследуемого объекта с заданной системой координат), принятые допущения и упрощения.

При расчете необходимо привести формулу, указать все переменные, входящие в нее, подставить их численные значения, указать размерность полученной величины.

Геометрические построения должны быть проведены в соответствии с полученными аналитическими соотношениями. На рисунке необходимо обязательно привести принятую систему координат. Основные формулы, рисунки должны иметь порядковые номера.

При необходимости можно пользоваться учебными пособиями, ссылки на которые приведены в разд. 3.

3. Методика решения задач

Задача 1. Получить компоненты плоской монохроматической электромагнитной волны, распространяющейся в неограниченном диэлектрическом пространстве. Для заданных электродинамических параметров среды $\varepsilon_r, \mu_r = 1$, амплитуды напряженности электрического поля E_m и частоты электромагнитных колебаний F рассчитать основные параметры электромагнитной волны.

Рассматривается случай монохроматической (гармонической) волны, поэтому задачу решают с использованием метода комплексных амплитуд. Уравнения Максвелла представляются в комплексной форме. Фронт волны – плоскость, поэтому задачу решают в прямоугольной системе координат. Направление распространения волны – координатная ось z , которая перпендикулярна плоскости фронта волны.

1. Аналитическую часть задачи решают на основе теории, приведенной в учебном пособии [1, с. 34-38]. Получение компонент волны проводят в такой последовательности.

Записывают уравнения Максвелла [1, формула (2.11)] в дифференциальной форме с указанием всех переменных, входящих в эти уравнения. Осуществляют переход к комплексной форме уравнений [1, с. 22, формула (2.15)]. Выводят волновое уравнение Гельмгольца [1, с. 35, формула (4.2)] относительно электрической компоненты волны (вектора \vec{E}). Решают волновое уравнение [1, с. 36)], а после анализа уравнений Максвелла [1, с. 36-37] определяют пространствен-

ные компоненты векторов электромагнитного поля [1, формула (4.7)]. Компоненты волны должны быть приведены не только в виде комплексных амплитуд, но также в форме мгновенных действительных значений векторов. Этот переход осуществляют по следующей формуле:

$$\begin{aligned}\bar{E}(t) &= \operatorname{Re}(\dot{\bar{E}}_m \cdot e^{i\omega t}) = \operatorname{Re}(\bar{E}_m \cdot e^{-ikz} \cdot e^{i\omega t}) = \\ &= \bar{E}_m \operatorname{Re}(\cos(\omega t - kz) + i \sin(\omega t - kz)) = \bar{E}_m \cos(\omega t - kz).\end{aligned}$$

В пространственной системе координат для фиксированного нулевого момента времени следует дать графическое представление изменений векторов электромагнитной волны.

Замечание. Уравнения Максвелла в дифференциальной форме имеют вид

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} \bar{H} &= \bar{j} + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t}, \\ \operatorname{rot} \bar{E} &= -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \bar{B} &= 0, \\ \operatorname{div} \bar{D} &= \rho.\end{aligned}$$

Комплексная форма уравнений такова:

$$\operatorname{rot} \dot{\bar{H}}_m = i\omega \dot{\bar{E}}_m;$$

$$\operatorname{rot} \dot{\bar{E}}_m = -i\omega \dot{\bar{H}}_m,$$

где комплексная диэлектрическая проницаемость

$$\dot{\varepsilon} = \varepsilon - i \frac{\sigma}{\omega}.$$

Волновые уравнения Гельмгольца

$$\nabla^2 \dot{\bar{H}}_m + \omega^2 \dot{\varepsilon} \mu \dot{\bar{H}}_m = 0,$$

$$\nabla^2 \dot{\bar{E}}_m + \omega^2 \dot{\varepsilon} \mu \dot{\bar{E}}_m = 0,$$

где ∇^2 – трёхмерный лапласиан, $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$.

Для плоской волны волновое уравнение Гельмгольца принимает следующий вид:

$$\frac{d^2 \dot{\bar{E}}_m}{dz^2} + k^2 \dot{\bar{E}}_m = 0,$$

где $k = \omega \sqrt{\varepsilon \mu}$ – волновое число.

Комплексные амплитуды векторов плоской электромагнитной волны в диэлектрической среде являются решениями соответствующих волновых уравнений:

$$\begin{aligned}\dot{\vec{E}}_m &= \bar{x}_0 \dot{A} e^{-ikz}; \\ \dot{\vec{H}}_m &= \bar{y}_0 \frac{\dot{A}}{Z_c} e^{-ikz},\end{aligned}$$

а мгновенные значения векторов поля имеют такой вид:

$$\begin{aligned}\vec{E}(t) &= \bar{x}_0 A \cos(\omega t - kz + \varphi); \\ \vec{H}(t) &= \bar{y}_0 \frac{A}{Z_c} \cos(\omega t - kz + \varphi).\end{aligned}$$

2. К основным параметрам волны, которые подлежат расчету, относят следующие параметры:

- длина волны

$$\lambda = \frac{c}{F};$$

- постоянная распространения (волновое число)

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v} = \omega \sqrt{\varepsilon\mu};$$

- фазовая скорость [1, с. 44]

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega}{\omega \sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}};$$

- волновое сопротивление

$$Z_c = \frac{\dot{E}_m}{\dot{H}_m} = \frac{\omega\mu}{k} = \frac{\omega\mu}{\omega\sqrt{\varepsilon\mu}} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}},$$

для вакуума $Z_{co} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 36\pi}{10^{-9}}} = 120\pi \text{ [Ом];}$

- мгновенный вектор Пойнтинга [1, формула (2.18)]

$$\vec{\Pi}(t) = \vec{E}(t) \times \vec{H}(t);$$

- среднее значение модуля вектора Пойнтинга

$$\Pi_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T \Pi(t) dt,$$

где $T = 1/F = 2\pi/\omega$ – период электромагнитных колебаний.

Для всех рассчитанных параметров обязательно должна быть указана размерность. Следует обратить внимание на то, что в исходных данных для расчета приведены относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости. В расчетных формулах должны быть использованы абсолютные значения проницаемостей [1, с. 5,6]

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} \frac{\Phi}{\text{м}},$$

$$\mu = \mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ Гн/м}.$$

Задача 2. Плоская гармоническая линейно-поляризованная электромагнитная волна падает по нормали на плоскую границу хорошо проводящей среды. При заданных электродинамических параметрах проводящей среды $\varepsilon_r = 1$, $\mu_r = 2$, σ , а также известной величине тангенциальной составляющей E_τ на поверхности этой среды и данной частоте изменения электромагнитного поля F рассчитать параметры волны в проводящей среде и основные поверхностные параметры.

Задачу решают на основе теоретических сведений, изложенных в учебных пособиях [1, с. 60-63; 2, с. 26-28].

Геометрия задачи приведена на рис. 1. Здесь z – направление распространения волны. Начало координат $z = 0$ совпадает с границей раздела L , вектор напряженности электрического поля \vec{E} ориентирован вдоль оси x так, что три вектора образуют правую тройку векторов в соответствии с направлением вектора Пойнтинга $\vec{\Pi} = \vec{E} \times \vec{H}$.

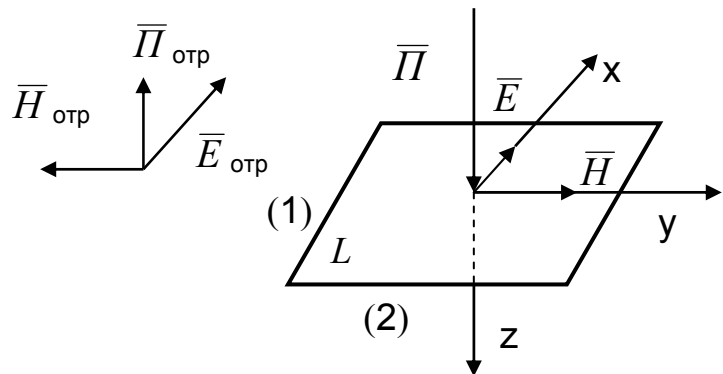


Рис. 1

Задачу решают в такой последовательности.

Записывают комплексные амплитуды векторов электромагнитной волны во второй (проводящей) среде из пособия [2, с. 26,27, формула (2.22)]. Эти компоненты приводятся с индексом "2", так как соответствуют второй (проводящей) среде. Указывают все переменные, входящие в эти выражения.

1. Комплексные амплитуды векторов электромагнитной волны

$$\vec{E}_m = \bar{x}_0 \dot{E}_m e^{-\alpha z} \cdot e^{-i\beta z},$$

$$\vec{H}_m = \bar{y}_0 \frac{\dot{E}_m}{Z_c} e^{-\alpha z} \cdot e^{-i\beta z},$$

где E_m – амплитуда вектора напряженности электрического поля;

Z_c – волновое сопротивление среды;

α, β – коэффициенты затухания и фазы соответственно;

\bar{x}_0, \bar{y}_0 – единичные вектора (орты) вдоль соответствующей координаты.

Замечание. Плоская монохроматическая волна имеет плоский фронт и характеризуется гармоническим законом изменения векторов поля. Вектор Пойнтинга определяет направление распространения волны. В данном случае он ориентирован по нормали (перпендикулярно) к плоскости раздела сред.

Среда с потерями имеет комплексный характер диэлектрической проницаемости:

$$\dot{\varepsilon} = \varepsilon - i \frac{\sigma}{\omega},$$

где σ – удельная проводимость среды.

Комплексное волновое число

$$\dot{k} = \omega \sqrt{\dot{\varepsilon} \mu} = \beta - i \alpha.$$

В хорошо проводящей среде тангенс угла диэлектрических потерь

$$\operatorname{tg} \Delta = \frac{\sigma}{\omega \varepsilon} \gg 1.$$

2. Рассчитывают параметры волны в проводящей среде по следующим формулам:

- коэффициенты затухания и фазы [1, формула (4.22)]

$$\alpha = \beta \approx \omega \sqrt{\varepsilon \mu} \sqrt{\frac{\sigma}{2 \omega \varepsilon}} = \sqrt{\frac{\omega \sigma \mu}{2}};$$

- длина волны [1, с. 42]

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta};$$

- комплексное волновое число [1, формула (4.9)]

$$\dot{k} = \omega \sqrt{\dot{\varepsilon} \mu} = \beta - i \alpha;$$

- волновое сопротивление среды [1, с. 61]

$$Z_c = (1 + j) \frac{\alpha}{\sigma};$$

- комплексная амплитуда электрической компоненты волны [1, с. 61]

$$\dot{E}_{m2} = E_m e^{-\alpha z} \cdot e^{-j\beta z}.$$

Замечание. Коэффициенты затухания и фазы определяют из совместного решения выражений для действительной и мнимой компонент

$$\dot{k} = \omega \sqrt{\dot{\varepsilon} \mu} = \beta - i \alpha$$

с учетом комплексного характера диэлектрической проницаемости

$$\dot{\varepsilon} = \varepsilon - j \frac{\sigma}{\omega} = \varepsilon (1 - j \operatorname{tg} \Delta),$$

что дает

$$\beta = \omega \sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{2} \left(\sqrt{1 + tg^2 \Delta} + 1 \right)},$$

$$\alpha = \omega \sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{2} \left(\sqrt{1 + tg^2 \Delta} - 1 \right)}.$$

При условии хорошо проводящей среды $tg\Delta = \frac{\sigma}{\omega\varepsilon} \gg 1$ эти выражения соответствуют расчетным формулам.

Комплексную амплитуду волны записывают с учетом комплексного характера волнового числа:

$$\dot{E}(z) = E_{\tau} e^{-jkz} = E_{\tau} e^{-j(\beta - j\alpha)z} = E_{\tau} e^{-\alpha z} e^{-j\beta z}.$$

3. Вычисляют поверхностные параметры:

- глубину проникновения поля [2, формула (2.24)]

$$\delta = d = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\omega\sigma\mu}};$$

- поверхностное сопротивление [2, формула (2.27)]

$$Z_c = Z_s = \frac{1 + j}{\sigma d};$$

- плотность тока [2, с. 27-28]

$$j = \sigma E,$$

где $\dot{E}(z) = E_{\tau} e^{-jkz} = E_{\tau} e^{-j(\beta - j\alpha)z} = E_{\tau} e^{-\alpha z} e^{-j\beta z}$;

- плотность поверхностного тока [2, с. 28]

$$j_s = \frac{E_{\tau}}{Z_s}.$$

Следует обратить внимание на взаимосвязь поверхностного тока с компонентами электромагнитного поля на поверхности проводника [2, формулу (2.26), с. 29]:

$$E_{\tau} = Z_s j_s, \quad j_s = H_{\tau}.$$

4. В заключение вычисляют вектор Пойнтинга [2, с. 29]

$$\dot{\Pi}_{\perp} = -\frac{1}{2} Z_s H_{\tau}^2 \bar{n}_0 = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{Z_s} E_{\tau}^2 \bar{n}_0.$$

Замечание. Глубина проникновения поля соответствует такому расстоянию, на котором поле уменьшается в e раз. Поэтому параметр глубины проникновения поля d определяют из следующих выражений:

$$E(d) = E_{\tau} e^{-\alpha d} = E_{\tau} e^{-1}; \quad \frac{E_{\tau}}{E(d)} = e.$$

На глубине от поверхности $z = d$ поле уменьшается в e раз, поэтому $\alpha d = 1$, а глубина проникновения поля

$$d = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\omega\sigma\mu}}.$$

Поверхностное сопротивление определяют отношением электрической и магнитной компонент волны на поверхности проводника:

$$Z_S = \frac{\dot{H}_\tau}{\dot{E}_\tau}.$$

Расчетную формулу получают путем следующих преобразований:

$$Z_S = Z_c = \sqrt{\frac{\mu}{\dot{\epsilon}}} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon(1 - jtg\Delta)}} \approx \sqrt{\frac{\mu}{-ejtg\Delta}} = \sqrt{j} \sqrt{\frac{\mu\omega\epsilon}{\epsilon\sigma}} = \frac{1+j}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{\mu\omega}{\sigma}},$$

$$Z_c = (1+j) \frac{\alpha}{\sigma}.$$

Плотность поверхностного тока является результатом интегрирования тока $j(z)$ по всей глубине. Этот ток протекает в бесконечно тонком слое (рис. 2) и его рассчитывают по закону Ома для поверхностного сопротивления.

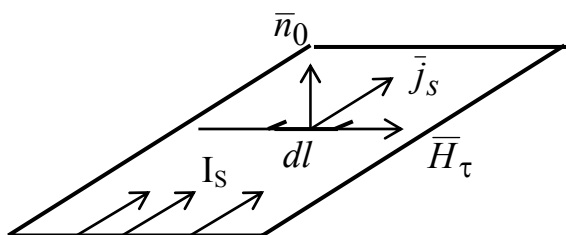


Рис. 2

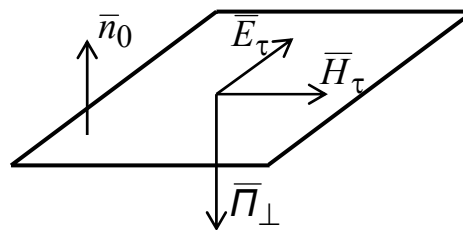


Рис. 3

Вектор Пойнтинга определяет мощность, поглощаемую проводящей средой (рис. 3), и его вычисляют через тангенциальные составляющие векторов на поверхности проводника:

$$\dot{\Pi}_\perp = \frac{1}{2} [\dot{E}_\tau \times \dot{H}_\tau^*] = \frac{1}{2} [\dot{E}_\tau \cdot \dot{H}_\tau^*] \cdot \bar{n}_0.$$

Задача 3. В прямоугольном волноводе с поперечным сечением $a \times b$ и воздушным заполнением распространяется заданный тип волны E_{mn} (или H_{mn}) с частотой F и известным амплитудным значением продольной составляющей E_{z0} (или H_{z0}). Полагая стенки волновода идеально проводящими, рассчитать основные параметры электромагнитной волны.

Задачу решают с использованием формул, полученных в пособии [2, с. 3-11].

Прямоугольный волновод в заданной системе координат приведен на рис. 4. Длина волновода неограничена, поэтому размер l не указы-

вают. Здесь z – продольная координата волновода, которая определяет направление распространения волны. Поперечное сечение волновода ($a \times b$) расположено в плоскости xOy , поэтому вдоль поперечных координат формируется стоячая волна.

В зависимости от заданного типа волны (электрическая E_{mn} или магнитная H_{mn}) следует записать комплексные амплитуды компонент волны [2, формулы (1.8), (1.9)] с учетом продольных компонент [2, формулы (1.7), (1.7a)]. Значения числовых индексов m, n берут в соответствии с заданным

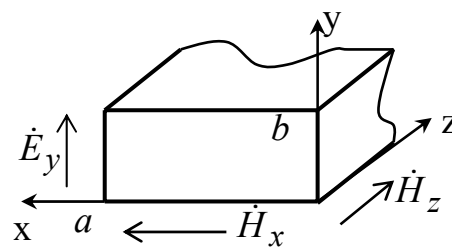


Рис. 4

типом волны. Должны быть указаны все переменные, входящие в эти выражения. Общие выражения для комплексных амплитуд векторов электрической и магнитной компонент имеют такой вид:

$$\vec{E} = \bar{x}_0 \dot{E}_x + \bar{y}_0 \dot{E}_y + \bar{z}_0 \dot{E}_z;$$

$$\vec{H} = \bar{x}_0 \dot{H}_x + \bar{y}_0 \dot{H}_y + \bar{z}_0 \dot{H}_z.$$

Для заданного конкретного типа волны (поперечно-магнитная или поперечно-электрическая) нужно исключить соответствующую продольную составляющую \dot{E}_z или \dot{H}_z . Кроме комплексных амплитуд нужно привести мгновенные действительные компоненты векторов электромагнитной волны $\vec{E}(t)$.

В заключение нужно представить рисунки, иллюстрирующие законы распределения стоячей волны для всех компонент в плоскости поперечного сечения волновода в соответствии с числовыми значениями m, n .

1. Компоненты волны в прямоугольном волноводе имеют следующий вид:

- для волны электрического типа (E-волны)

$$\dot{E}_Z = \dot{E}_0 \sin(g_X x) \sin(g_Y y) \cdot e^{-jhz},$$

$$\dot{E}_X = -jh \frac{g_X}{g^2} \dot{E}_0 \cos(g_X x) \cdot \sin(g_Y y) \cdot e^{-jhz},$$

$$\dot{E}_Y = -jh \frac{g_Y}{g^2} \dot{E}_0 \sin(g_X x) \cdot \cos(g_Y y) \cdot e^{-jhz},$$

$$\dot{H}_X = j\omega\varepsilon \frac{g_Y}{g^2} \dot{E}_0 \sin(g_X x) \cdot \cos(g_Y y) \cdot e^{-jhz},$$

$$\dot{H}_Y = -j\omega\varepsilon \frac{g_X}{g^2} \dot{E}_0 \cos(g_X x) \cdot \sin(g_Y y) \cdot e^{-jhz},$$

$$\dot{H}_Z = 0;$$

- для волны магнитного типа (H-волны)

$$\dot{H}_Z = H_0 \cos(g_X x) \cos(g_Y y) \cdot e^{-jhz},$$

$$\dot{H}_X = jh \frac{g_X}{g^2} H_0 \sin(g_X x) \cdot \cos(g_Y y) \cdot e^{-jhz},$$

$$\dot{H}_Y = jh \frac{g_Y}{g^2} H_0 \cos(g_X x) \cdot \sin(g_Y y) \cdot e^{-jhz},$$

$$\dot{E}_X = j\omega\mu \frac{g_Y}{g^2} H_0 \cos(g_X x) \cdot \sin(g_Y y) \cdot e^{-jhz},$$

$$\dot{E}_Y = -j\omega\mu \frac{g_X}{g^2} H_0 \sin(g_X x) \cdot \cos(g_Y y) \cdot e^{-jhz},$$

$$\dot{E}_Z = 0.$$

Замечание. Продольные компоненты волны определяют из решения соответствующего волнового уравнения с учетом граничных условий:

- для E-волны

$$\nabla_S^2 \dot{E}_Z + g^2 \dot{E}_Z = 0, \quad \dot{E}_Z = 0, \quad \begin{cases} x = 0, x = a, \\ y = 0, y = b; \end{cases}$$

- для H-волны

$$\nabla_S^2 \dot{H}_Z + g^2 \dot{H}_Z = 0, \quad \frac{\partial \dot{H}_Z}{\partial y} = 0, \quad y = 0, \quad y = b,$$

$$\frac{\partial \dot{H}_Z}{\partial x} = 0, \quad x = 0, \quad x = a.$$

Здесь поперечное волновое число находят из взаимосвязи волновых чисел:

$$k^2 = h^2 + g^2,$$

где h – продольное волновое число; k – волновое число неограниченного пространства.

Поперечные компоненты волны определяют из уравнений взаимосвязи поперечных и продольных компонент.

Графическое представление распределений компонент волны в плоскости поперечного сечения волновода проводят на основании аналитического представления компонент. Пример для основной волны типа H_{10} показан на рис. 5.

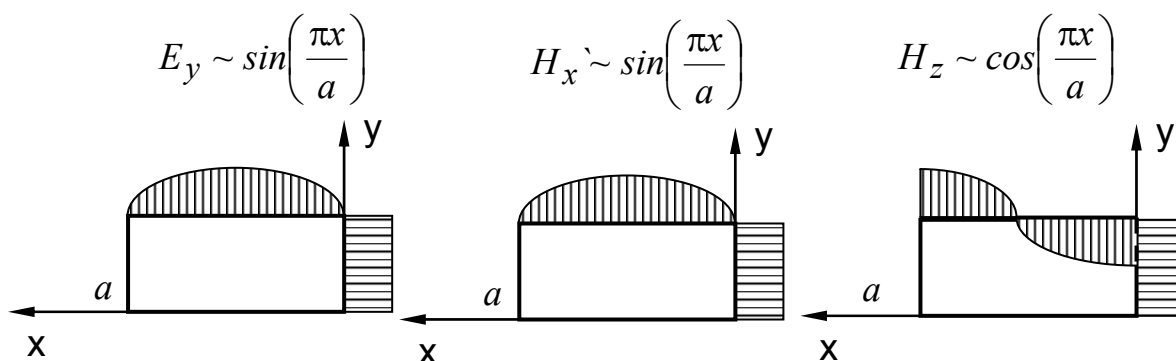


Рис. 5

Вдоль координаты y компоненты поля не изменяются, так как для данного типа волны индекс $n = 0$.

2. К основным расчетным параметрам волны относят следующие величины:

- поперечное волновое число [2, с. 10-11]

$$g^2 = g_x^2 + g_y^2,$$

где компоненты волнового числа

$$g_x = \frac{m\pi}{a}, \quad g_y = \frac{n\pi}{b};$$

- продольное волновое число [2, формула (1.11)]

$$h = \sqrt{k^2 - k_K^2} = k \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_K}\right)^2};$$

- критическая длина волны [2, формула (1.14)]

$$\lambda_k = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}};$$

- длина волны в волноводе [2, формула (1.12)]

$$\lambda_B = \frac{2\pi}{h} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_K}\right)^2}};$$

- фазовая скорость [2, с. 9]

$$g_{\phi} = \frac{\omega}{h} = \frac{\omega}{k \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_K}\right)^2}}, \quad g_{\phi} = \frac{g_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_K}\right)^2}},$$

где $C = g_0$ – скорость в неограниченном пространстве;

- групповая скорость [2, с. 9]

$$g_{\Gamma} = g_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_K}\right)^2};$$

- волновое сопротивление волны (в зависимости от типа волны) [2, с. 9]

$$Z_C^E = Z_C \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_K}\right)^2}, \quad Z_C^H = \frac{\omega \mu}{h} = \frac{Z_C}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_K}\right)^2}}.$$

Для всех параметров нужно привести обоснование (вывод) соответствующих формул. Каждому параметру необходимо дать смысловое объяснение.

Например, компоненты *поперечного волнового числа* g_x, g_y определяют интенсивность пространственного изменения фазы стоячей волны вдоль соответствующей поперечной координаты. *Продольное волновое число* h задает интенсивность (скорость) пространственного набега фазы бегущей волны вдоль направления ее распространения. *Критическая длина волны* λ_k – это такое максимальное значение длины волны, измеренной в неограниченном пространстве, при котором прекращается распространение в волноводе данного типа волны.

Замечание. Расчетные формулы получены на основе разложения волнового числа неограниченного пространства в продольном сечении волновода по продольной и поперечной координатах:

$$k^2 = h^2 + g^2,$$

а в поперечном сечении – вдоль координат x и y :

$$g^2 = g_x^2 + g_y^2.$$

Параметры волны определяет продольное волновое число

$$h = \sqrt{k^2 - g^2}.$$

В предельном случае при

$$k = g = k_K \quad h = 0,$$

следовательно, исчезает волновой процесс. Введя понятие критической длины волны, постоянную распространения можно представить в таком виде:

$$h = \sqrt{k^2 - k_K^2} = k \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_K}\right)^2},$$

где текущее волновое число и его критическое значение вычисляют по формулам

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{и} \quad k_K = \frac{2\pi}{\lambda_K}.$$

Критическая длина волны определяется размерами поперечного сечения волновода и типом волны.

По формальному правилу λ_k вычисляют через критическое значение волнового числа k_k . Критический случай соответствует нулевому значению продольного волнового числа ($h = 0$), т.е. из выражения $k^2 = h^2 + g^2$ имеем

$$k_k = g = \sqrt{g_x^2 + g_y^2}.$$

Подставляя k_k в выражение для λ_k , получаем

$$\lambda_k = \frac{2\pi}{k_k} = \frac{2\pi}{\sqrt{g_x^2 + g_y^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}},$$

или в итоге

$$\lambda_k = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}.$$

Взаимосвязь волновых чисел с соответствующими длинами волн

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad h = \frac{2\pi}{\lambda_B}$$

позволяет определить длину волны в волноводе:

$$\lambda_B = \frac{2\pi}{h} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_K}\right)^2}}.$$

Фазовую скорость волны рассчитывают на основе продольного волнового числа:

$$\mathcal{G}_\phi = \frac{\omega}{h} = \frac{\omega}{k \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_K}\right)^2}},$$

а групповую скорость – из взаимосвязи фазовой и групповой скоростей:

$$\mathcal{G}_\Gamma \mathcal{G}_\phi = c^2; \quad c = \mathcal{G}_0; \quad \mathcal{G}_\Gamma = \frac{c^2}{\mathcal{G}_\phi}.$$

Следовательно,

$$\mathcal{G}_\Gamma = \mathcal{G}_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_K}\right)^2}.$$

Волновое сопротивление волны определяют отношением поперечных компонент:

$$Z_C = \frac{E_Y}{H_X}.$$

Таким образом, для E-волны имеем

$$Z_C^E = \frac{h}{\omega \varepsilon} = \frac{k}{\omega \varepsilon} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_K}\right)^2}.$$

Поскольку волновое число и волновое сопротивление для неограниченного пространства

$$k = \omega \sqrt{\varepsilon \mu}, \quad Z_C = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}, \quad \text{то} \quad Z_C^E = Z_C \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_K}\right)^2},$$

а волновое сопротивление для H - волны

$$Z_C^H = \frac{\omega \mu}{h} = \frac{Z_C}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_K}\right)^2}}.$$

Задача 4. В прямоугольном резонаторе с размерами поперечного сечения $a \times b$ и воздушным заполнением возбуждено колебание заданного типа H_{mnp} (или E_{mnp}) с известным амплитудным значением напряженности поля H_{m0} (или E_{m0}). Стенки резонатора – медные с удельной проводимостью $\sigma = 5,6 \cdot 10^7$ См/м и значением абсолютной магнитной проницаемости $\mu = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м. Рассчитать основ-

ные резонансные и поверхностные параметры резонатора, а также его энергетические параметры и величину добротности.

Задачу решают с использованием соотношений, приведенных в пособии [2, с. 16-31], в такой последовательности.

Приводят рисунок прямоугольного резонатора с заданной системой координат (рис. 6).

В зависимости от заданного типа колебаний записывают комплексные амплитуды компонент: поперечноэлектрические (магнитные) H_{mnp} [2, формула (2.5)] и поперечномагнитные (электрические) E_{mnp} [2, формула (2.6)] колеба-

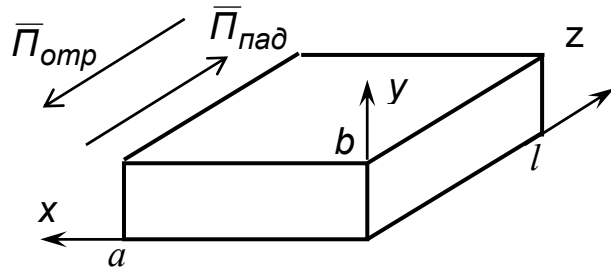


Рис. 6

ния. Указывают комплексные амплитуды векторов электрической \vec{E} и магнитной \vec{H} компонент. Графическое представление законов изменений всех компонент колебаний на ребрах резонатора в двух плоскостях xOy и xOz приводят так же, как в задаче 3.

1. Комплексные амплитуды компонент электромагнитного поля:

- для колебания типа E_{mnp}

$$\dot{E}_z = E_0 \sin(g_x x) \sin(g_y y) \cos(hz),$$

$$\dot{E}_x = -E_0 h \frac{g_x}{g^2} \cos(g_x x) \sin(g_y y) \sin(hz),$$

$$\dot{E}_y = -E_0 h \frac{g_y}{g^2} \sin(g_x x) \cos(g_y y) \sin(hz),$$

$$\dot{H}_x = jE_0 \omega \varepsilon \frac{g_y}{g^2} \sin(g_x x) \cos(g_y y) \cos(hz),$$

$$\dot{H}_y = -jE_0 \omega \varepsilon \frac{g_x}{g^2} \cos(g_x x) \sin(g_y y) \cos(hz),$$

$$\dot{H}_z = 0;$$

- для колебания типа H_{mnp}

$$\dot{H}_z = -jH_0 \cos(g_x x) \cos(g_y y) \sin(hz),$$

$$\dot{H}_x = jH_0 h \frac{g_x}{g^2} \sin(g_x x) \cos(g_y y) \cos(hz),$$

$$\dot{H}_y = jH_0 h \frac{g_y}{g^2} \cos(g_x x) \sin(g_y y) \cos(hz),$$

$$\dot{E}_x = H_0 \omega \mu \frac{g_y}{g^2} \cos(g_x x) \sin(g_y y) \sin(hz),$$

$$\dot{E}_y = -H_0 \omega \mu \frac{g_x}{g^2} \sin(g_x x) \cos(g_y y) \sin(hz),$$

$$\dot{E}_z = 0.$$

Замечание. Составляющие колебаний объемного резонатора определяют на основе известных компонент поля прямоугольного волновода. Ограничение отрезка волновода торцевыми стенками в координатах $Z=0$, $Z=l$ требует выполнения дополнительных граничных условий $\bar{E}_\tau = 0$ ($E_x = E_y = 0$), $\bar{H}_n = 0$ ($H_z = 0$). Применение этих условий к электромагнитным компонентам волновода определяют вышеприведенные выражения.

2. Рассчитывают следующие резонансные параметры резонатора:

- резонансная частота [2, формула (2.7)]

$$\omega_0 = \frac{\pi}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2},$$

где m, n, p – числовые индексы, определяющие тип колебания;

ε, μ – абсолютная диэлектрическая и магнитная проницаемости внутренней среды резонатора; следует учесть, что

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с};$$

- резонансная длина волны [2, формула (2.8)]

$$\lambda_0 = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2}};$$

- резонансная длина резонатора [2, формула (2.4)]

$$l_0 = p \frac{\lambda_B}{2},$$

где λ_B – длина волны в волноводе, причем

$$\lambda_B = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_K}\right)^2}}, \quad \lambda_K = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}.$$

3. Вычисляют такие поверхностные параметры:

- глубина проникновения поля в стенки резонатора [2, формула (2.24)]

$$\sigma = d = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\omega\sigma\mu}};$$

- поверхностное сопротивление [2, формула (2.27)]

$$Z_S = Z_C = \frac{1+j}{\sigma d}.$$

Замечание. Резонансную частоту находят из выражения для волнового числа неограниченного пространства

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v} = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$$

с учетом формулы для фазовой скорости

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

и соотношения волновых чисел

$$k^2 = h^2 + g^2 = h^2 + g_x^2 + g_y^2.$$

Резонансную длину волны также определяют соответствующим волновым числом:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda_0}; \quad \lambda_0 = \frac{2\pi}{k}; \quad k^2 = h^2 + g^2 = h^2 + g_x^2 + g_y^2;$$

$$\lambda_0 = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2}}.$$

Поверхностные параметры вычисляют так же, как в задаче 2.

4. Рассчитывают следующие энергетические параметры:

- энергия электромагнитного поля, накопленная в резонаторе [2, формула (2.10)]

$$W_H = \frac{\mu}{2} \int_V H_m^2 dV = \frac{\varepsilon}{2} \int_V E_m^2 dV,$$

где H_m , E_m – амплитуды электрического и магнитного полей, причем

$$E_m^2 = E_x^2 + E_y^2 + E_z^2, \quad H_m^2 = H_x^2 + H_y^2 + H_z^2;$$

ε, μ – абсолютные проницаемости среды внутри резонатора;

V – объем резонатора;

- потери мощности в стенках резонатора (средняя мощности потерь) [2, формула (2.29)]

$$P_{cp} = \operatorname{Re} \int_s \frac{E_\tau^2}{2Z_s} \bar{n}_0 d\bar{S},$$

$$P_{cp} = \frac{R_s}{2} \int_s H_\tau^2 dS,$$

где $R_s = \frac{1}{\sigma d}$ – действительная часть поверхностного сопротивления;

H_τ – модуль тангенциальной составляющей вектора.

Поверхностный интеграл [2, формула (2.29)] состоит из суммы интегралов по каждой плоскости резонатора, причем интегралы на противоположных плоскостях равны. Поэтому вычисляют только три интеграла. При вычислении каждой составляющей поверхностного интеграла для записи H_τ выбирают компоненты, параллельные (тангенциальные) соответствующей плоскости. Например, для торцевой стенки (плоскость $x0y$) $H_\tau^2 = H_x^2 + H_y^2$, для боковой стенки (плоскость $y0z$) $H_\tau^2 = H_y^2 + H_z^2$, для основания резонатора (плоскость $x0z$) $H_\tau^2 = H_x^2 + H_z^2$. При вычислении интегралов следует воспользоваться известными формулами интегрирования

$$\int_0^a \cos^2\left(m \frac{\pi x}{a}\right) dx = \frac{a}{2}, \quad \int_0^b \sin^2\left(n \frac{\pi y}{b}\right) dy = \frac{b}{2}, \quad \int_0^l \cos^2\left(p \frac{\pi z}{l}\right) dz = \frac{l}{2}.$$

Замечание. Среднюю мощность потерь находят как действительную часть потока нормальной составляющей комплексного вектора Пойнтинга через поверхность резонатора (рис. 7):

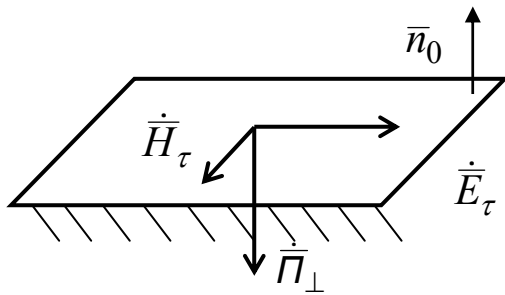


Рис. 7

$$P_{cp} = \operatorname{Re} \int_s \dot{\Pi}_\perp d\bar{S};$$

$$\dot{\Pi}_\perp = \frac{1}{2} [\dot{E}_\tau \times \dot{H}_\tau^*] = \frac{1}{2} [\dot{E}_\tau \cdot \dot{H}_\tau^*] \bar{n}_0.$$

Граничное условие Леонтовича определяет величину E_τ :

$$\dot{E}_\tau = Z_c \dot{H}_\tau, \text{ или } \dot{E}_\tau = Z_s j_s,$$

$$\text{где } Z_s = \frac{1+i}{\sigma d}; \quad Z_s = Z_c.$$

Путем подстановки условия Леонтовича выражают вектор Пойнтинга через одну компоненту поля:

$$\dot{\Pi}_\perp = \frac{1}{2} Z_s H_\tau^2 \bar{n}_0 = \frac{1}{2} \frac{1}{Z_s} E_\tau^2 \bar{n}_0.$$

Расчетную формулу для средней мощности потерь получают после интегрирования этого выражения по всей внутренней поверхности резонатора.

5. Рассчитывают добротность резонатора Q [2, формула (2.30)]. При вычислении интеграла по объему в качестве подынтегрального выражения подставляют квадрат модуля магнитной компоненты:

$$H^2 = H_x^2 + H_y^2 + H_z^2.$$

Расчетная формула электродинамического определения добротности

$$Q = \frac{2 \int_V H_m^2 dV}{d \int_S H_\tau^2 dS},$$

где $H_m^2 = H_x^2 + H_y^2 + H_z^2$ – квадрат модуля магнитной составляющей поля внутри резонатора;

H_τ – модуль тангенциальной составляющей на стенках резонатора;

d – глубина проникновения поля в металл;

V, S – объем резонатора и площадь его внутренней поверхности соответственно.

Замечание. Добротность – это параметр, который определяет качество резонатора. Энергетическая формула добротности

$$Q = 2\pi \frac{W_H}{\Delta W_n}$$

показывает превышение энергии W_H , накопленной в колебательной системе, над энергией ΔW_n , теряемой за один период колебаний.

Средняя мощность потерь

$$P_{cp} = \frac{\Delta W_n}{T},$$

откуда

$$\Delta W_n = TP_{cp} = \frac{2\pi}{\omega} P_{cp}, \quad Q = 2\pi \frac{W_H \cdot \omega}{2\pi P_{cp}},$$

что позволяет рассчитывать добротность через мощность потерь:

$$Q = \omega \frac{W_H}{P_{cp}}.$$

Путем подстановки энергетических параметров получают электродинамическую формулу добротности

$$Q = \omega \frac{W_H}{P_{cp}} = \omega \frac{\int \mu H_m^2 dV}{R_s \int_s H_\tau^2 dS}.$$

Преобразование коэффициента перед интегралами

$$\frac{\omega \mu}{R_s} = \omega \mu \sigma \cdot d$$

с учетом глубины проникновения поля дает расчетную формулу добротности.

Задача 5. Вдоль диэлектрической замедляющей структуры с диэлектриком толщиной d и относительной диэлектрической проницаемостью ε_{2r} распространяется медленная электромагнитная волна. Длина волны возбуждающего генератора λ . Рассчитать фазовую скорость медленной волны, длину волны замедленного электромагнитного процесса, а также коэффициент замедления. Привести аналитическое и графическое представления медленной волны.

Задачу решают на основе соотношений, приведенных в пособии [2, с. 32-39], в такой последовательности.

Приводят рисунок продольного сечения замедляющей структуры с заданной системой координат. Указывают электродинамические параметры сред, из которых состоит эта структура: воздух, диэлектрик, металл.

Записывают комплексные амплитуды E-волны, распространяющейся над замедляющей структурой [2, формулы (3.7), (3.8a)]. Указывают все переменные, входящие в приведенные формулы.

Замечание. В замедляющих структурах реализуется эффект замедления электромагнитной волны. Фазовая скорость медленной волны меньше фазовой скорости волны в неограниченном пространстве. Необходимое условие замедления – мнимый характер поверхностного сопротивления замедляющей структуры.

Диэлектрическая замедляющая структура, приведенная на рис. 8, представляет собой слой диэлектрика на поверхности металла. Геометрия структуры характеризуется такими параметрами:

- d – толщина диэлектрика;
- dyz – неограниченная поверхность структуры.

Среды обозначены соответствующими индексами:

- среда 1 – воздух (ε_1, μ_1);
- среда 2 – диэлектрик (ε_2, μ_2);
- среда 3 – идеальный проводник $\sigma \rightarrow \infty$.

Здесь рассматривают поперечно-магнитную волну (Е-волну, $E_z \neq 0$), причем $\bar{\Pi}$ – вектор Пойнтинга распространяющейся волны, z – направление распространения волны.

1. Комплексные амплитуды компонент волны определяются следующими выражениями:

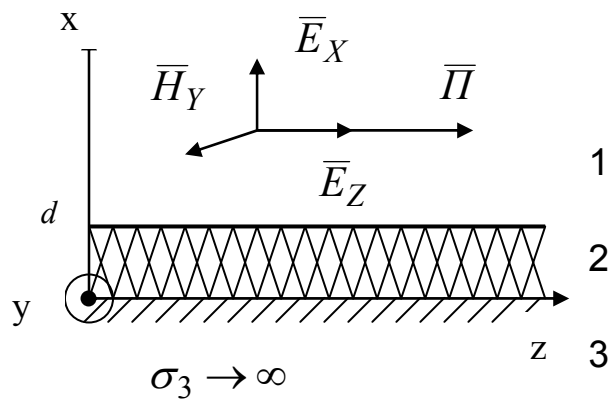


Рис. 8

$$\begin{aligned} \dot{E}_{z1} &= A e^{-px} \cdot e^{-jhz}; \\ \dot{E}_{x1} &= -jA \frac{h}{p} e^{-px} \cdot e^{-jhz}; \\ \dot{H}_{y1} &= -jA \frac{\omega \varepsilon_1}{p} e^{-px} \cdot e^{-jhz}, \end{aligned}$$

где p – поперечное волновое число;

h – продольное волновое число;

ε_1 – абсолютная диэлектрическая проницаемость 1-й среды (воздух);

ω – циклическая частота.

Продольную компоненту волны находят из решения волнового уравнения

$$\nabla^2 \dot{E}_{z1} + k_1^2 \dot{E}_{z1} = 0 \text{ при } x \geq d$$

с учетом граничного условия

$$x = d, \quad \dot{E}_{\tau 1} = \dot{E}_{\tau 2}, \quad \dot{E}_{z1} = \dot{E}_{z2}.$$

По координате y поверхность не ограничена, поэтому полагают $\frac{\partial}{\partial y} = 0$.

После преобразований это уравнение принимает следующий вид:

$$\frac{d^2 E_{z1}}{dx^2} - p^2 E_{z1} = 0.$$

Волновые числа связаны таким соотношением:

$$h^2 = k_1^2 - \gamma^2 = k_1^2 + p^2.$$

Следует отметить, что фазовые скорости волны в неограниченном пространстве и над замедляющей структурой определяются соответствующими волновыми числами:

$$C = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k}, \quad \mathcal{G}_\phi = \frac{\omega}{h}.$$

Фазовая скорость медленной волны уменьшается вследствие увеличения волнового числа в сравнении с неограниченным пространством:

$$h^2 = k_1^2 - \gamma^2 = k_1^2 + p^2.$$

Отмеченное изменение волнового числа возможно только при мнимом характере поперечного волнового числа $\gamma = jp$.

Поперечные компоненты волны находят непосредственно из уравнений Максвелла или уравнений взаимосвязи поперечных и продольных компонент волны.

2. Поперечное волновое число p находят из решения системы дисперсионных уравнений

$$\begin{cases} (pd) = \frac{1}{\varepsilon_{2r}} (gd) \operatorname{tg}(gd); \\ (gd)^2 + (pd)^2 = R^2, \end{cases}$$

где

$$R = dk_1 \sqrt{\varepsilon_{2r} - 1};$$

g – поперечное волновое число в диэлектрике (среда 2);

ε_{2r} – относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика.

Решение нелинейной системы уравнений выполняют графическим методом. Предварительно приводят таблицу для функции, представленной первым уравнением. Для этого задают несколько значений аргумента функции (gd) в диапазоне $0 < gd < \pi/2$ и с учетом заданной константы ε_{2r} вычисляют значение функции (pd) . Табличные значения представляют в виде графика на миллиметровой бумаге с указанием масштаба по обеим осям координат: gd , pd . Второе уравнение – это уравнение окружности радиуса R . Поэтому после вычисления радиуса на подготовленном ранее графике проводят дугу окружности. Точка пересечения двух кривых является решением системы уравнений. Записывают координаты точки пересечения gd , pd .

Замечание. Систему уравнений получают применением граничных условий на границе раздела «диэлектрик – воздух». Для этого внача-

ле решают волновое уравнение относительно продольной компоненты для диэлектрической (2-й) среды

$$\nabla^2 \dot{E}_{z2} + k_2^2 \dot{E}_{z2} = 0 \text{ при } 0 \leq x \leq d.$$

Граничные условия

$$\dot{E}_{z2} = 0, \quad x = 0, \quad \dot{E}_{z1} = \dot{E}_{z2}, \quad x = d$$

определяют непрерывность тангенциальной составляющей вектора \bar{E} на границе раздела диэлектрических сред ($x = d$) и равенство её нулю на идеально проводящей поверхности ($x = 0$).

Преобразованное уравнение имеет такой вид:

$$\frac{d^2 E_{z2}}{dx^2} + g^2 E_{z2} = 0,$$

где $g^2 = k_2^2 - h^2$.

По аналогии с воздушной средой (1-я среда) вычисляют поперечные компоненты волны. Комплексные амплитуды компонент волны в диэлектрической среде таковы:

$$\dot{E}_{z2} = D \sin(gx) e^{-jhz};$$

$$\dot{E}_{x2} = -jD \frac{h}{g} \cos(gx) e^{-jhz};$$

$$\dot{H}_{y2} = -jD \frac{\omega \varepsilon_2}{g} \cos(gx) e^{-jhz}.$$

Объединение полей в двух средах проводят на основании граничного условия при $x = d$:

$$E_{\tau 1} = E_{\tau 2}, \quad H_{\tau 1} = H_{\tau 2},$$

т.е.

$$\dot{E}_{z1} = \dot{E}_{z2}, \quad \dot{H}_{y1} = \dot{H}_{y2}.$$

Результатом «сшивания» полей является дисперсионное уравнение.

3. Путем использования известного значения толщины диэлектрика d переходят от безразмерных параметров непосредственно к волновым числам: p, g . Величину коэффициента замедления рассчитывают по [2, формула (3.13)]:

$$K_3 = \frac{h}{k} = \frac{\sqrt{k^2 + p^2}}{k}; \quad K_3 = \sqrt{1 + \left(\frac{p}{k}\right)^2}.$$

Этот параметр показывает, во сколько раз уменьшается фазовая скорость волны в замедляющей структуре в сравнении с неограниченным пространством:

$$K_3 = \frac{C}{v_\phi}.$$

Рассчитывают длину медленной волны $\lambda_B = 2\pi/h$, а также ее фазовую скорость $v_\phi = \omega/h$, где продольное волновое число h вычисляют из соотношения [2, формула (3.6)]:

$$h^2 = k^2 + p^2.$$

Рассчитывают поверхностное сопротивление замедляющей структуры Z_s с использованием формулы [2, с. 35]:

$$Z_s = \frac{\dot{E}_z}{\dot{H}_y}, \quad Z_s = \frac{\dot{E}_\tau}{\dot{H}_\tau} = \frac{1}{-j \frac{\omega \varepsilon_2}{p}} = j \frac{p}{\omega \varepsilon_2}.$$

Это сопротивление определяет тангенциальные составляющие E_τ и H_τ .

4. Приводят аналитическое и графическое представления медленной волны. Компоненты волны при аналитическом представлении записывают в действительной форме. Переход от комплексных амплитуд к мгновенной действительной форме проводят так же, как и в задаче 1. Окончательную запись волны следует привести в векторной форме:

$$\bar{E}(t) = \bar{x}_0 E_x(t) + \bar{z}_0 E_z(t);$$

$$\bar{H}(t) = \bar{y}_0 H_y(t).$$

В графической форме приводят закон изменения амплитуды вдоль нормальной координаты x , а также пространственные изменения поля вдоль координаты z для фиксированного момента времени $t = 0$.

Варианты задач и исходные данные

Таблица П.1

Исходные данные	Номер варианта							
	1	2	3	4	5	6	7	8
E_m , мВ/м	5	10	15	20	25	30	35	40
$F \cdot 10^7$, Гц	1,5	3	5	7	10	15	20	25
ϵ_r	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7
Исходные данные	Номер варианта							
	9	10	11	12	13	14	15	16
E_m , мВ/м	45	50	55	60	65	70	75	80
$F \cdot 10^7$, Гц	30	40	45	50	55	60	65	70
ϵ_r	1,8	1,9	2	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5
Исходные данные	Номер варианта							
	17	18	19	20	21	22	23	24
E_m , мВ/м	85	90	95	100	105	110	115	120
$F \cdot 10^7$, Гц	35	75	80	85	90	95	100	105
ϵ_r	3	3,1	3,3	3,5	3,4	2,6	2,7	2,8

Таблица П.2

Исходные данные	Номер варианта							
	1	2	3	4	5	6	7	8
E_T , мВ/м	10	15	20	25	30	35	40	45
$F \cdot 10^6$, Гц	1	3	5	10	12	15	20	25
$\sigma \cdot 10^7$, См/м	3,3	2,5	2	1,67	5,7	1,43	6,25	1,78
Исходные данные	Номер варианта							
	9	10	11	12	13	14	15	16
E_T , мВ/м	50	2	3	4	5	6	7	8
$F \cdot 10^6$, Гц	30	35	40	45	50	55	60	70
$\sigma \cdot 10^7$, См/м	3,3	2,5	2	1,67	5,7	1,43	6,25	2,4
Исходные данные	Номер варианта							
	17	18	19	20	21	22	23	24
E_T , мВ/м	9	12	14	17	23	32	44	48
$F \cdot 10^6$, Гц	17	23	28	32	37	42	47	53
$\sigma \cdot 10^7$, См/м	2,3	2,75	1,5	1,84	2,1	3,45	4,2	5,2

Таблица П.3

Исходные данные	Номер варианта							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$a \times b$, см ²	5x2,5	5x2,5	5x2,5	5x2,5	5x2,5	5x2,5	5x2,5	5x2,5
H_{mn}	H_{10}	H_{01}	H_{20}	H_{02}	H_{11}	H_{12}	H_{21}	H_{22}
$F \cdot 10^9$, Гц	3,75	7,5	6,67	13,6	8,6	13,6	10	15
H_{z0} , А/м	4,2	5,5	6,9	8,3	9,7	11	12,5	13,9

Исходные данные	Номер варианта							
	9	10	11	12	13	14	15	16
$a \times b, \text{ см}^2$	2,3x1	2,3x1	2,3x1	2,3x1	2,3x1	2,3x1	2,3x1	2,3x1
E_{mn}	E_{11}	E_{12}	E_{21}	E_{22}	E_{13}	E_{31}	E_{23}	E_{32}
$F \cdot 10^9, \text{ Гц}$	23	37,5	25	42,9	20	11,5	21,4	40
$E_{z0} \cdot 10^3, \text{ В/м}$	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
Исходные данные	Номер варианта							
	17	18	19	20	21	22	23	24
$a \times b, \text{ см}^2$	2,3x1	2,3x1	2,3x1	2,3x1	2,3x1	2,3x1	2,3x1	2,3x1
H_{mn}	H_{10}	H_{01}	H_{20}	H_{02}	H_{11}	H_{12}	H_{21}	H_{22}
$F \cdot 10^9, \text{ Гц}$	7,5	20	15	33,3	23	37,5	25	42,9
$H_{z0}, \text{ А/м}$	10	15	9,5	7,4	6,2	3,5	4,8	8,7

Таблица П.4

Исходные данные	Номер варианта							
	1	2	3	4	5	6	7	8
H_{mnp}	H_{101}	H_{011}	H_{111}	H_{121}	H_{021}	H_{201}	H_{211}	H_{221}
$H_{m0}, \text{ А/м}$	4,2	5,5	6,9	8,3	9,7	11	12,5	13,9
$F \cdot 10^9, \text{ Гц}$	3,75	7,5	8,6	13,6	13,6	6,67	10	15
$a \times b, \text{ см}^2$	5x2,5	5x2,5	5x2,5	5x2,5	5x2,5	5x2,5	5x2,5	5x2,5
Исходные данные	Номер варианта							
	9	10	11	12	13	14	15	16
E_{mnp}	E_{110}	E_{111}	E_{120}	E_{121}	E_{210}	E_{211}	E_{221}	E_{223}
$E_{m0}, \text{ В/м}$	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$F \cdot 10^9, \text{ Гц}$	23	23	37,5	37,5	25	25	42,9	49,9
$a \times b, \text{ см}^2$	2,3x1	2,3x1	2,3x1	2,3x1	2,3x1	2,3x1	2,3x1	2,3x1
Исходные данные	Номер варианта							
	17	18	19	20	21	22	23	24
H_{mnp}	H_{101}	H_{011}	H_{111}	H_{121}	H_{021}	H_{201}	H_{211}	H_{221}
$H_{m0}, \text{ А/м}$	10,2	11,5	12,2	9,3	7,4	7,8	8,8	9
$F \cdot 10^9, \text{ Гц}$	7,5	20	23	37,6	33,3	15	25	42,9
$a \times b, \text{ см}^2$	2,3x1	2,3x1	2,3x1	2,3x1	2,3x1	2,3x1	2,3x1	2,3x1

Таблица П.5

Исходные данные	Номер варианта							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$d, \text{ мм}$	2	3	4	5	6	7	2	3
ϵ_{2r}	5,4	5	3,67	3	2,61	2,55	2,26	2
$\lambda, \text{ см}$	3	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,5	3,4
Исходные данные	Номер варианта							
	9	10	11	12	13	14	15	16
$d, \text{ мм}$	4	5	6	7	3,5	4,5	2,5	3
ϵ_{2r}	5,4	5	3,67	3	2,6	2,3	3,4	3,5
$\lambda, \text{ см}$	3,3	3,2	3,1	3	3	3,2	3,4	3,5

Исходные данные	Номер варианта							
	17	18	19	20	21	22	23	24
d , мм	5,5	6,4	4,2	5,7	6,8	3,8	7,2	7,4
ϵ_{2r}	2,4	3,8	2,3	3,7	2,2	2,3	2,5	3,1
λ , см	3,7	3,6	2,9	3,8	3,9	3,5	2,8	2,7

Библиографический список

1. Барсуков С.М. Електромагнітні поля та хвилі на межі розподілу середовищ: Навч. посібник. – Х.: ХАІ, 1994. – 72 с.
2. Барсуков С.М. Теорія електромагнітного поля: Навч. посібник. – Х.: ХАІ, 1994. – 62 с.

Содержание

1. Условия задач.....	3
2. Основные требования к выполнению работы.....	4
3. Методика решения задач.....	4
Приложение. Варианты задач и исходные данные.....	27
Библиографический список	29

С.Н. Барсуков

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

2006

34

Барсуков Сергей Николаевич

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

Редактор А.Н. Емленинова

Св. план, 2006

Подписано в печать 27.03.2006

Формат 60x84 1/16. Бум. офс. №2. Офс. печ.

Усл. печ. л. 1,7. Уч.-изд. л. 1,93. Т. 100 экз. Заказ 176. Цена свободная

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского
«Харьковский авиационный институт»

61070, Харьков-70, ул. Чкалова, 17

<http://www.khai.edu>

Издательский центр «ХАИ»

61070, Харьков-70, ул. Чкалова, 17

izdat@khai.edu